

**Untersuchungen des optimalen
Wirkungsgrades einer Trennrohrkaskade
unter besonderer Berücksichtigung
des Einflusses der parasitären Ströme**

Ernst Trötsch

=

1964

Untersuchungen des kaiserlichen
Wissenschafts- und Kunstvereins
über den Einfluss der Vertheilung
des Geldes auf den Wohlstand

Erste Abtheilung

von Dr. J. J. J. J.

der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften
in Wien

Verlag von
J. J. J. J.

Wien 1871

**Untersuchungen des optimalen
Wirkungsgrades einer Trennrohrkaskade
unter besonderer Berücksichtigung
des Einflusses der parasitären Ströme**

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der
Doktorwürde

der Hohen Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Ludwig-Maximilians-Universität zu München

vorgelegt von
Ernst Trötsch
aus München

München 1964

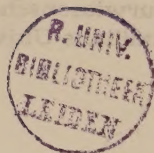
Untersuchungen des optimalen
Wirkungsgrades einer Trennrohrkaskade
unter besonderer Berücksichtigung
des Einflusses der gasförmigen Substanzen

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der

Doktorwürde

an der Medizinischen Fakultät
der Ludwig-Maximilians-Universität zu München



vorgelegt von

Ernst Trötschel

aus München

1. Berichterstatter: Prof. Dr. G. Dickel
2. Berichterstatter: Prof. Dr. G.-M. Schwab

München 1964

Tag der mündlichen Prüfung: 19.2.1964

Die vorliegende Arbeit wurde im Physikalisch - chemischen Institut der Universität München in der Zeit von Juli 1961 bis Oktober 1963 angefertigt.

Dem Vorstand dieses Instituts,
Herrn Professor Dr. G.-M. S c h w a b,
danke ich für die Überlassung des Arbeitsplatzes.

Meinem hochverehrten Lehrer,
Herrn Professor Dr. G. D i c k e l,
danke ich für die Anregung und stete Förderung dieser Arbeit.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft bin ich wegen der finanziellen Unterstützung bei der Durchführung dieser Arbeit zu großem Dank verpflichtet.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
A. Einleitung und Problemstellung	7
B. Theoretischer Teil	10
1. Die Grundformeln	10
2. Der Transport in einer Trennanlage	14
3. Die Trennleistung einer Trennanlage	16
4. Der Wirkungsgrad eines Einzelrohres	20
5. Die Transformationsformel einzelner Trennröhre	25
6. Der Wirkungsgrad der Röhre in einer Staffel	28
7. Ein Vergleich von Kaskade und Einzelrohr	32
C. Die Experimente	39
1. Die verwendete Apparatur	39
2. Beschreibung der Messungen	45
3. Meßergebnisse	50
D. Auswertung	56
1. Allgemeine Bemerkungen	56
2. Bestimmung der parasitären Korrekturfaktoren	70
3. Der Wirkungsgrad einzelner Röhre	78
4. Wirkungsgrade der Röhre in der Staffel	88
E. Zusammenfassung	106
F. Liste der Symbole und Abkürzungen	109
G. Literaturverzeichnis	111

A. Einleitung und Problemstellung

Jedes Isotopentrennverfahren, das mit irreversiblen Vorgängen verbunden ist, benötigt aus diesem Grunde einen sehr hohen Energieaufwand. Dies gilt besonders auch für das Trennrohr wegen des Wärmestroms, der untrennbar mit dem Temperaturgefälle verbunden ist, das zur Erzielung der Thermodiffusion nötig ist.

Damit also ein solches Trennverfahren überhaupt wirtschaftlich sinnvoll werden kann, muß man wegen der Höhe des Energieverbrauchs größtes Gewicht darauf legen, daß dieser seinen durch die Art des Trennverfahrens bedingten Mindestbetrag möglichst wenig überschreitet. Daß man diesem Ziel durch eine Staffelung der Trennanlage näherkommen kann, wurde bereits in einer der ersten Arbeiten über das Trennrohr erkannt [1]. Wie die Verhältnisse exakt liegen, hat Onsager in [2] angegeben: Man muß die Entropieverminderung infolge der Trennung vergleichen mit der Entropievermehrung durch den Wärmestrom und dann eben versuchen, das Verhältnis dieser Größen möglichst günstig zu gestalten. Dies geschieht z.B. dann, wenn man sich die pro Zeiteinheit zu trennende Gasmenge σ und den zu erzielenden Trennfaktor Γ vorgibt, dadurch, daß man das Minimum des Energieverbrauchs (bei festen Temperaturen) sucht. Dies führt zu einer Bedingung für die optimale Staffelung, welche Cohen in [3] abgeleitet hat, ohne aber die obige Überlegung in dieser Form durchzuführen. Sie lautet:

$$\tau = \frac{1}{2} \tau_A$$

τ_A ist der sogenannte Anfangstransport, der mit der Breite der Kaskade zusammenhängt, τ ist der Transport, für den aus der Kontinuitätsgleichung für den stationären Zustand folgt:

$$\tau = \sigma(\gamma_t - \gamma)$$

σ bedeutet die Entnahme, γ die Konzentration der anzu-reichernden Komponente längs der Anlage, γ_t die Konzen-tration am Entnahmeende. τ_A ist außerdem noch eine Funk-tion von γ :

$$\tau_A = \tau_A^* \gamma (1 - \gamma)$$

τ_A^* ist eine apparative Größe.

Dickel und Schildknecht haben schließlich in [4] direkt aus der Bedingung von Onsager die Cohen'sche Bedingung abgeleitet und daraus speziell für Trennrohre die Bezie-hungen für die optimale Kaskade abgeleitet. Damit ist die ideale Kaskade theoretisch vollständig bekannt. Es ergibt sich, daß sie kontinuierlich gestaffelt sein muß, wobei die Cohen'sche Bedingung sowohl die Querschnitts-abnahme als auch die optimale Entnahme regelt. Einen anderen Fall, daß nämlich der Querschnitt konstant ge-halten wird, hat Dickel bereits früher in [5] für einen gewissen Spezialfall behandelt. Hier existiert natürlich nur mehr eine einzige Optimalbedingung bezüglich der Entnahme und der erreichbare Wirkungsgrad ist kleiner als bei der Kaskade.

Wenn man nun aber eine ideale Kaskade realisieren will, so muß man aus technischen Gründen von der kontinuier-lichen Staffelung zu einer diskontinuierlichen überge-hen. Außerdem treten bei Trennrohren stets Störungen auf, die nach Dickel [6] auf parasitäre Ströme zurück-zuführen sind und durch Einführung von zwei Korrektur-faktoren F_t und P_K rechnerisch erfaßt werden können.

Das vorliegende Problem ist nun:

1. Wie wirken sich die parasitären Korrekturfaktoren in Lage und Höhe des Maximums des Wirkungsgrades aus?
2. Wie ist der Ersatz der kontinuierlich gestaffelten Kaskade durch eine diskontinuierliche durchzuführen? Um wieviel verschlechtert sich dadurch der Wirkungs-grad?

Dieses Problem wollen wir theoretisch und experimentell

so weit wie möglich behandeln. Dazu wollen wir folgendermaßen vorgehen:

Im theoretischen Teil bringen wir zunächst die Grundformeln (Transportgleichung und deren Integrale). Dann betrachten wir als Vorbereitung die Transportverhältnisse in einer Staffei und berechnen mit Hilfe der Thermodynamik den Ausdruck für die Trennleistung. Nun können wir den Wirkungsgrad einzelner Rohre unter Berücksichtigung der Korrekturfaktoren behandeln, die Cohen'sche Bedingung so formulieren, daß ihr Zusammenhang mit der Optimalbedingung für Einzelrohre klar wird, den Einfluß der Korrekturfaktoren im Cohen'schen Fall betrachten und schließlich Kaskade und Einzelrohr vergleichen.

Die theoretischen Erwartungen wollen wir dann mit experimentellen Ergebnissen vergleichen bzw. ergänzen, indem wir die Verhältnisse in einer wirklichen Anlage untersuchen. Dazu müssen wir zuerst deren parasitäre Korrekturfaktoren bestimmen (teilweise bereits in [7] geschehen) und dann ihren Wirkungsgrad in Abhängigkeit von den Parametern Druck und Entnahme messen.

B. Theoretischer Teil

1. Die Grundformeln

Da dieses Kapitel (zusammen mit dem späteren, das die Methoden zur Bestimmung der parasitären Korrekturfaktoren bringen wird) im wesentlichen den Inhalt des theoretischen Teils der Diplomarbeit des Verfassers [7] bildet, wollen wir uns in dieser Arbeit auf eine knappe Zusammenfassung beschränken, auf die wir nicht verzichten können, da die folgenden Formeln das Fundament der gesamten Arbeit bilden. Wegen einer ausführlichen Darstellung sei dagegen auf [7] verwiesen.

Die Transportgleichung für das k-te Trennrohr einer Staffel im stationären Zustand lautet [8] (71):

$$\tau_{AK}^* \gamma(1-\gamma) - K_K \frac{d\gamma}{dz} + \sigma(\gamma - \gamma_{Nk}) = 0 \quad k = 1, \dots, N \quad (1)$$

Dabei ist:

$$\tau_{AK}^* = \frac{4}{15} \alpha \frac{\Delta T}{T} q_K \rho \frac{D}{\Delta x_K} u_K \psi_K P_K \quad (2)$$

$$K_K = q_K \rho D (0,1 u_K^2 \psi_K P_{KK} + \chi_K) \quad (3)$$

u ist die dimensionslose Kenngröße der Umlaufströmung:

$$u = \frac{g(\Delta x)^3 \rho \Delta T}{192 \eta D T} \quad (4)$$

P_T und P_K sind Korrekturfaktoren, welche aufgrund der Theorie der parasitären Ströme [6] eingeführt und abgeschätzt werden können. Sie sollen eine quantitative Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment ermöglichen, können aber nur experimentell auf verschiedene Weisen, die später beschrieben werden sollen, im Einzelfall für jedes Trennrohr genauer bestimmt werden.

Die Bedeutung aller übrigen Symbole kann aus der Liste aller verwendeten Zeichen auf Seite 109 entnommen werden.

In der Praxis kennt man nur die Konzentrationen am An=

fang und am Ende des jeweils betrachteten Rohres, γ_{kb} und γ_{kt} , bzw. daraus abgeleitete Größen, nämlich den Trennfaktor Γ_k und den Transport durch den Anfang des k-ten Rohres τ_k . Diese sind gegeben durch folgende Beziehungen:

$$\Gamma_k = \frac{\gamma_{kt}(1-\gamma_{kb})}{\gamma_{kb}(1-\gamma_{kt})} \quad (5)$$

$$\tau_k = \sigma(\gamma_{kt} - \gamma_{kb}) \quad (6)$$

Um nun aus (1) Γ_k oder τ_k berechnen zu können, muß diese Differentialgleichung zwischen den Grenzen z_{kb} und z_{kt} integriert werden. Im Fall $\sigma=0$ (d.h. keine Entnahme) erhält man dann:

$$\Gamma_{k,\sigma=0} = \exp\left(\frac{\tau_k^* \Delta z_k}{K_k}\right) \quad (7)$$

Falls dagegen $\sigma \neq 0$ ist, macht man, um (1) leichter integrieren zu können, stets eine der folgenden Näherungen:

$$\gamma(1-\gamma) = \text{const.} \quad (8)$$

$$\gamma(1-\gamma) = \gamma \quad (9)$$

Die erste Näherung, die in allen bisherigen Arbeiten über die parasitären Ströme außer in [7] verwendet wurde, ist gut erfüllt für $0,35 < \gamma < 0,65$, d.h. für mittlere Konzentrationen und nicht zu große Trennfaktoren.

Die zweite Näherung ist gut erfüllt für kleine Konzentrationen, etwa für $\gamma < 0,1$, wobei die Trennfaktoren sehr wohl ganz beträchtlich sein können.

Da wir bei den Messungen mit unserer Trennanlage bei kleinen Konzentrationen arbeiten wollen, da diese als Anfangsteil einer Anlage zur Trennung der Isotope von O_2 , N_2 und C in CH_4 gedacht ist, wobei also γ_{1b} stets nicht größer als 0,01 ist, müssen wir bei der Auswertung unserer Messungen stets die Formeln benützen, die sich bei Verwendung von (9) ergeben, weshalb auch die erneute Ableitung aller Formeln zur Bestimmung von P_t und P_k in [7] nötig wurde. (Für die Näherung (8) finden sich diese Formeln bereits in [9]). Im theoretischen Teil dagegen wollen wir die Formeln für beide Näherungen bringen, da

sich, wie sich zeigen wird, oft nur im Gültigkeitsbereich von (8) exakte und einfache Aussagen machen lassen. Bei Verwendung der Näherung $\gamma(1-\gamma) = \gamma$ erhält man durch Integration von (1) von z_{kb} bis z_{kt} :

$$\frac{\gamma_{kt}}{\gamma_{kb}} = \left[\tau_{Ak}^* + \sigma \right] \left[\sigma \frac{\gamma_{Nt}}{\gamma_{kt}} (1 - e^{-A_k}) + (\tau_{Ak}^* + \sigma) e^{-A_k} \right]^{-1} \quad \text{mit } A_k = \frac{\tau_{Ak}^* + \sigma}{K_k} \Delta z_k \quad (10)$$

Wenn wir uns auf einzelne Rohre beschränken, ist $k = N$, sodaß $\frac{\gamma_{Nt}}{\gamma_{kt}}$ gleich 1 wird und außerdem der Index weggelassen werden kann. Also erhalten wir:

$$\frac{\gamma_t}{\gamma_b} = (\tau_A^* + \sigma)(\sigma + \tau_A^* e^{-A})^{-1} \quad (11)$$

Dasselbe Ergebnis erhalten wir auch für das letzte Rohr einer Staffel, da auch hier $k = N$ ist. Das bedeutet, daß das letzte Rohr in einer Staffel sich stets so verhält wie ein Einzelrohr. Die vorhergehenden Rohre könnten durch einen Vorratsbehälter mit entsprechend höherer Konzentration ersetzt werden.

Mit (10) haben wir bereits die Formel für den Trennfaktor gewonnen, da bei der verwendeten Näherung $\Gamma_k = \frac{\gamma_{kt}}{\gamma_{kb}}$ ist. Um den Transport zu erhalten, löst man (10) nach γ_{Nt} auf und setzt dies in (6) ein. So erhält man:

$$\tau_k = (\sigma \gamma_{kb} e^{-A_k} + \gamma_{kb} \tau_{Ak}^* - \gamma_{kt} \tau_{Ak}^* e^{-A_k} - \gamma_{kt} \sigma e^{-A_k}) (1 - e^{-A_k})^{-1} \quad (12)$$

bzw. für $k = N$ (Letztes oder Einzelrohr):

$$\tau = (\sigma \gamma_b \tau_A^* (1 - e^{-A}) + (\sigma + \tau_A^* e^{-A}))^{-1} \quad (13)$$

Man könnte dabei in (12) auch γ_{kt} oder γ_{kb} mit Hilfe von (10) durch γ_{Nt} ersetzen.

Wie in [7] ausführlich gezeigt wurde, erhält man auch dann, wenn (9) nicht mehr gut erfüllt ist, bei kleinen Entnahmen ($\sigma < \tau_A^*$) gute Formeln, wenn man in (10) statt $\frac{\gamma_{kt}}{\gamma_{kb}}$ immer Γ_k schreibt, dies jedoch nach der eigentlichen Definition (5) berechnet. Bei großen Entnahmen ist wegen der dann kleinen Trennung (9) stets gut erfüllt, falls

die Ausgangskonzentration klein ist und die Anlage nicht zu lang ist, so daß in diesem Fall auch $\frac{Y_{Kt}}{Y_{Kb}}$ stets ungefähr gleich Γ_K ist. Es empfiehlt sich deswegen, auf der linken Seite von (10) stets Γ_K zu schreiben, wodurch man eine Formel erhält, die bei allen Entnahmen gut ist, auch wenn γ etwas größer wird.

Bei der Näherung $\gamma(1-\gamma) = \text{const.}$ erhält man analog durch Integration von (1) statt (10), (12) und (13):

$$\gamma_{Kb} = \frac{\tau_{AK}^* \gamma(1-\gamma)}{\sigma} (e^{-B_K} - 1) + \gamma_{Nt} - (\gamma_{Nt} - \gamma_{Kt}) e^{-B_K} \quad (14)$$

$$\tau_K = \tau_{AK}^* \gamma(1-\gamma)(1 - e^{-B_K}) + \sigma (\gamma_{Nt} - \gamma_{Kt}) e^{-B_K} \quad (15)$$

$$\tau = \tau_A^* \gamma(1-\gamma)(1 - e^{-B}) \quad (16)$$

mit der Abkürzung:

$$B_K = \frac{\sigma \Delta z_K}{K_K}$$

Die Formeln für den Trennfaktor werden bei dieser Näherung sehr kompliziert.

Überhaupt ist bei der Näherung (9) der Trennfaktor, bei der Näherung (8) dagegen der Transport die für die Rechnungen bequemste Größe.

Als Neuerung gegenüber [7] führen wir noch statt der Entnahme σ die dimensionslose Kenngröße s ein. Sie ist definiert durch:

$$s = \frac{\sigma \Delta z}{p q D} \quad (17)$$

Gleiches s bei verschiedenen Rohren bedeutet gleiche Arbeitsbedingungen. Auf diese Weise sind also verschiedene Rohre leichter vergleichbar.

Nun lauten die Formeln für Trennfaktor und Transport bei Einzelrohren im Gültigkeitsbereich von (9):

$$\Gamma = \frac{C + s}{s + C \exp\left(-\frac{C + s}{\frac{q}{q_0} u^* \gamma R_K + \chi}\right)} \quad \text{mit } C = \frac{\tau_A^* \Delta z}{p q D} \quad (18)$$

$$\tau = \gamma_b \tau_A^* \cdot s \cdot \frac{1 - \exp\left(-\frac{C+s}{0,1u^2 \gamma_P x + \chi}\right)}{s + C \exp\left(-\frac{C+s}{0,1u^2 \gamma_P x + \chi}\right)} \quad (19)$$

2. Der Transport in einer Trennanlage

Wir betrachten nun die Transportverhältnisse in einer Trennanlage, wobei wir wieder gleich voraussetzen wollen, daß sie irgendwie gestaffelt sei. Ein einzelnes Trennrohr ist natürlich nur ein Spezialfall einer solchen Anordnung und deshalb in den folgenden Überlegungen mit enthalten.

Am Entnahmeende der gesamten Anlage werden insgesamt σ Gramm Gas pro Sekunde entnommen. Da wir nur binäre Gemische betrachten, ist, wenn wir die Konzentration der einen Komponente mit γ bezeichnen, die der anderen stets $1 - \gamma$.

Im Vorratsbehälter sei die Konzentration der 1. Komponente γ_{1b} . Wenn nun das Trennrohr nicht geheizt wird, wir aber trotzdem Gas entnehmen, so entnehmen wir, da ja jetzt die Konzentrationen am Ende der Anlage die gleichen sind wie am Anfang, pro Zeiteinheit $\sigma \gamma_{1b}$ Gramm vom 1. Gas. Wenn die Anlage jedoch in Betrieb ist, haben wir am Ende die Konzentration γ_{1t} . Wir entnehmen in diesem Fall also $\sigma \gamma_{1t}$. Diesen Wert kann man folgendermaßen zerlegen:

$$\sigma \gamma_{1t} = \sigma \gamma_{1b} + \sigma (\gamma_{1t} - \gamma_{1b})$$

Der 1. Summand rechts ist nun die Menge der 1. Komponente, die auch beim Trennrohr in Ruhe entnommen werden würde, nur der 2. Summand ist also auf die Trennwirkung zurückzuführen. Dieser ist aber nach (6) gleich dem Transport durch den Beginn des ersten Rohres, der aus dem Vorratsbehälter wie aus einer Quelle hervorkommt. Diese infolge der Trennung zusätzlich geförderte Gasmenge muß zwar infolge der Stationarität in allen Rohren gleich sein, trotzdem ist aber der Transport zu Beginn

des 2. und der folgenden Rohre, gegeben durch $\sigma(\gamma_{Nt} - \gamma_{kb})$, kleiner, da hier ja die Ausgangskonzentration γ_{kb} größer ist. Es gilt ja stets ($k = 1, \dots, N$):

$$\sigma \gamma_{Nt} = \sigma \gamma_{kb} + \sigma(\gamma_{Nt} - \gamma_{kb})$$

oder:

$$\sigma \gamma_{Nt} = \text{const.} = \sigma \gamma_{kb} + \tau_k \quad (20)$$

Der erste Summand rechts bedeutet die mit dem Entnahmestrom ins k -te Rohr transportierte Menge, der 2. den Transport zu Beginn des k -ten Rohres infolge der Konzentrationsdifferenz des aufsteigenden und absteigenden Stromes in diesem Rohr. Nur dieser Summand ist also auf die Trennwirkung des k -ten Rohres zurückzuführen, während der Unterschied des ersten von $\sigma \gamma_{1b}$ eine Folge der Trennung in den vorhergehenden Rohren ist. Die Summe aus beiden Strömen ist wegen der Kontinuitätsbedingung überall gleich.

Für die andere Komponente gilt entsprechend:

Entnahmestrom mit Trennanlage in Ruhe: $\sigma(1 - \gamma_{1b})$

" " " in Betrieb: $\sigma(1 - \gamma_{Nt})$

Dieser Strom kann zerlegt werden:

$$\sigma(1 - \gamma_{Nt}) = \sigma(1 - \gamma_{1b}) + \sigma(\gamma_{1b} - \gamma_{Nt})$$

Wieder ist also nur der 2. Strom auf die Trennwirkung zurückzuführen. Da $\gamma_{1b} < \gamma_{Nt}$, ist dieser Strom negativ, d.h. in die Staffel hinein gerichtet, die er durchläuft, um schließlich im Vorratsbehälter wie in einer Senke zu verschwinden.

Ein Beispiel möge dies alles verdeutlichen:

Strom	Komponente 1	Komponente 2
ohne Trennung	0,50	0,50
mit Trennung	0,75	0,25
=	=	=
ursprünglicher Strom	0,50	0,50
+	+	+
Strom infolge Trennung	+0,25	-0,25

Die Tatsache, daß der Transport durch den Beginn des je=

weiligen Rohres in einer Staffel abnimmt (da γ_{kb} größer wird) ist Voraussetzung und nicht etwa Folge davon, daß Querschnitt und Anfangstransport abnehmen, denn diese Erscheinung tritt ja bei einer Staffel aus lauter gleichen Rohren ebenso auf. Dagegen zeigt sich hier zum 1. Mal der Sinn der Staffelung. Es ist vernünftig anzunehmen, daß im Optimalfall Transport und Anfangstransport in einem gewissen Verhältnis zueinander stehen müssen. Wenn also der Transport längs der Anlage kleiner wird, kann auch τ_{AK}^* abnehmen, was durch eine Verkleinerung des Querschnittes erfolgen wird, wodurch eine Ersparung an Heizleistung erzielt werden kann.

3. Die Trennleistung einer Trennanlage

Den Wirkungsgrad ϵ einer Trennanlage definieren wir durch

$$\epsilon = \frac{L}{E} \quad (21)$$

Dabei bedeutet L die Trennleistung und E den Energieverbrauch. Dieser ist bei einem Trennrohr gegeben durch:

$$E = \lambda \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot w \quad (22)$$

Energieverluste durch Strahlung und Konvektion wurden dabei vernachlässigt.

Für L finden sich dagegen in der bisherigen Literatur [2,4,5,8,10,11,12] verschiedene und widersprüchliche Formeln, so daß wir diese Frage hier nochmals behandeln wollen.

Wir schematisieren dazu die Trennanlage folgendermaßen, wobei wir aus dem kontinuierlichen Konzentrationsgefälle ein diskontinuierliches machen und den Wärmestrom weglassen, da wir ja nur die Entropieänderung infolge der Trennung berechnen wollen:

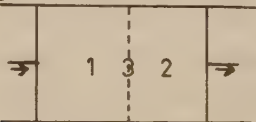


Abb. 1. Schema der Trennanlage.

Wir haben also zwei homogene Bereiche 1 und 2, die durch die Membran 3 getrennt sind. Druck und Temperatur seien in beiden Bereichen gleich. Der linke Kolben soll sich ebenso schnell bewegen wie der rechte, so daß zwar ein Strom σ durch die Membran hindurchtritt, das Gesamtvolumen aber konstant bleibt. Der Bereich 1 entspricht dem Vorratsbehälter mit einem beliebigen Anfangsteil der Trennanlage, da dieses Stück ja durch einen Vorratsbehälter mit entsprechend höherer Konzentration ersetzt werden kann; der 2. Bereich ist ein Auffangbehälter, der mit angereichertem Gas gefüllt sein muß, damit keine Rückvermischung eintritt; die Membran entspricht dem Teil der Trennanlage, dessen Trennleistung wir berechnen wollen, der aber bis zum entnahmeseitigen Ende gehen muß, da der Endteil der Anlage stets Einfluß auf die Trennung in den mittleren Rohren hat wegen des Faktors $\frac{Y_{Nt}}{Y_{Kt}}$ in (10) bzw. (14), so daß er nicht mit in den Auffangbehälter einbezogen werden kann, indem man einfach die Konzentration in diesem kleiner macht. Dementsprechend bezeichnen wir die Konzentration im Bereich 1 mit γ , im Bereich 2 mit γ_{Nt} . Wie die Trennanlage im einzelnen gebaut und gestaffelt ist und ob es sich dabei überhaupt um Trennröhre handelt, ist völlig gleichgültig.

In der Praxis sind die Verhältnisse bei unserer Anlage allerdings etwas anders, insofern als hier der Druck im Auffangbehälter (= Zimmer) niedriger ist als im Vorratsbehälter und dafür die Kolben wegfallen, so daß in dem Reduzierventil, das die Entnahme regelt, wieder Entropie erzeugt wird. Dies wollen wir aber nicht berücksichtigen, da es prinzipiell vermeidbar wäre und uns außerdem nur die Entropieänderung infolge der Trennung interessiert. Im Folgenden bezieht sich nun der obere Index stets auf die Nummer des Behälters, der untere auf die der Komponente. Für jeden Behälter gilt nach der Gibbs'schen Fundamentalgleichung:

$$TdS^{(i)} = dU^{(i)} + pdV^{(i)} - \sum_{K=1}^N \mu_K^{(i)} dn_K^{(i)} \quad i = 1, 2$$

Da das Gesamtvolumen konstant sein soll, ist $dV^{(1)} = -dV^{(2)}$, es wird also auch keine äußere Arbeit geleistet. Da weiterhin keine Materie und vereinbarungsgemäß auch keine Wärme durch die Wände des Systems fließen, ist $dU^{(1)} = -dU^{(2)}$ und die Entropieerzeugung infolge der Trennung Σ gleich der Summe der Entropieänderungen in den beiden Bereichen. Die Trennleistung ist schließlich definiert durch $L = -T\Sigma$, also erhalten wir dafür:

$$L = \sum_{k=1}^2 \sum_{K=1}^2 \mu_K^{(i)} \frac{dn_K}{dt}$$

Nun ist der Strom der ersten Komponente aus der Membran in den Bereich 2 gegeben durch $\frac{1}{M} \sigma \gamma_{Nt}$, der der zweiten ist analog gleich $\frac{1}{M} \sigma (1 - \gamma_{Nt})$. Ebenso groß sind wegen Stationarität und Kontinuität natürlich auch die Ströme aus dem Bereich 1 in die Membran, die sich hier nach (20) aus Eigentransport und Entnahmetransport zusammensetzen. Das Molekulargewicht M mußten wir einführen, da wir σ in Gramm pro Sekunde angeben wollen. Wir haben weiter angenommen, daß wir die Molekulargewichte der beiden Komponenten als angenähert gleich betrachten dürfen. Für die Berechnung der $\mu_K^{(i)}$ nehmen wir an, daß es sich um eine ideale Mischung handelt, so daß dann gilt:

$$\mu_K^{(i)} = \mu_{0K} + RT \ln \gamma_K^{(i)}$$

Also ist

$$L = M^{-1} (\mu_{01} + RT \ln \gamma_1^{(1)} - \mu_{01} - RT \ln \gamma_1^{(2)}) \sigma \gamma_{Nt} + \\ M^{-1} (\mu_{02} + RT \ln \gamma_2^{(1)} - \mu_{02} - RT \ln \gamma_2^{(2)}) \sigma (1 - \gamma_{Nt})$$

Somit erhalten wir das Endergebnis:

$$L = \frac{RT}{M} \sigma \left[\gamma_{Nt} \ln \frac{\gamma_{Nt}}{\gamma} + (1 - \gamma_{Nt}) \ln \frac{1 - \gamma_{Nt}}{1 - \gamma} \right] \quad (23)$$

Um die Trennleistung der gesamten Anlage zu berechnen, müssen wir nur γ_b statt γ schreiben. Diese Formel ist dann identisch mit [4](41), nicht aber mit [8](92), ausser man definiert dort den Transport anders, als es in jener Arbeit sonst geschehen ist, nämlich statt durch $\tau = \sigma (\gamma_t - \gamma_b)$ durch $\tau = \sigma \gamma_t$, so daß $\bar{\tau}$ nicht gleich $-\tau$, sondern gleich $-\tau + \sigma$ ist. Anschaulich ausgedrückt: Man muß

zur Berechnung von L den gesamten Strom einer jeden Komponente verwenden und nicht nur den zusätzlichen infolge der Trennung, wie es in [8] geschehen ist.

Wir wollen nun (23) für kleine Konzentrationsdifferenzen (d.h. für kurze Rohre oder Staffeln) vereinfachen. Dazu schreiben wir:

$$\gamma_{Nt} = \gamma_{1b} + \Delta\gamma$$

Wir entwickeln nun die Logarithmen in (23) bis zu den quadratischen Gliedern in $\frac{\Delta\gamma}{\gamma_{1b}}$ und erhalten so:

$$L = \frac{RT}{M} \sigma \left[(\gamma_{1b} + \Delta\gamma) \left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma_{1b}} - \frac{(\Delta\gamma)^2}{2\gamma_{1b}^2} \right) + (1 - \gamma_{1b} - \Delta\gamma) \left(-\frac{\Delta\gamma}{1 - \gamma_{1b}} - \frac{(\Delta\gamma)^2}{2(1 - \gamma_{1b})^2} \right) \right]$$

Daraus:

$$L = \frac{RT}{M} \cdot \sigma \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{(\Delta\gamma)^2}{\gamma_{1b}(1 - \gamma_{1b})} \quad (24)$$

Da wir genausogut auch hätten schreiben können:

$$\gamma_{1b} = \gamma_{Nt} - \Delta\gamma$$

hätten wir auch erhalten können:

$$L = \frac{RT}{M} \cdot \sigma \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{(\Delta\gamma)^2}{\gamma_{Nt}(1 - \gamma_{Nt})} \quad (25)$$

Da (24) und (25) natürlich identisch sein müssen, sehen wir, daß diese Vereinfachung nur dann richtig ist, falls $\gamma(1-\gamma)$ etwa konstant ist. (24) unterscheidet sich von [8] (93) um den Faktor $1/2$, wenn man dort für τ den Ausdruck $\sigma\Delta\gamma$ einsetzt. Dieser Faktor fehlt dementsprechend in allen Arbeiten, die [8] (93) benützen: [5, 11, 12]. Eine andere Formel erhalten wir dagegen, wenn wir die Trennleistung infinitesimaler Stücke im Inneren eines Trennrohres oder einer Kaskade betrachten. Hierzu müssen wir (23) bei festem γ_{Nt} nach γ differenzieren und erhalten

$$dL = \frac{RT}{M} \sigma (\gamma_{Nt} - \gamma) \frac{d\gamma}{\gamma(1-\gamma)} \quad (26)$$

Diese Formel ist identisch mit [4] (6).

Für die vorliegende Arbeit benötigen wir schließlich noch die Formel für die Trennleistung längerer Rohre innerhalb einer Staffel. Wir gewinnen sie, indem wir (26)

wieder integrieren, aber nur von γ_{kb} bis γ_{kt} :

$$L_K = \frac{RT}{M} \sigma \left[\gamma_{Nt} \ln \frac{\gamma_{kt}}{\gamma_{kb}} + (1 - \gamma_{Nt}) \ln \frac{1 - \gamma_{kt}}{1 - \gamma_{kb}} \right] \quad (27)$$

Zur Probe, daß wir richtig gerechnet haben, sehen wir:

1. Setzen wir $\gamma_{kt} = \gamma_{Nt}$ und $\gamma_{kb} = \gamma_{1b}$, d.h. berechnen wir L für die ganze Anlage mit Hilfe von (27), so erhalten wir dasselbe Ergebnis wie bei Verwendung von (23).
2. Die Summe der Trennleistungen der einzelnen Stücke, mit (27) berechnet, ist gleich der Trennleistung der gesamten Anlage, denn es ist unter Berücksichtigung, daß $\gamma_{K-1,t} = \gamma_{K,b}$:

$$\begin{aligned} \sum_{K=1}^N L_K &= \frac{RT}{M} \sigma \left[\gamma_{Nt} \sum_{K=1}^N \ln \frac{\gamma_{kt}}{\gamma_{kb}} + (1 - \gamma_{Nt}) \sum_{K=1}^N \ln \frac{1 - \gamma_{kt}}{1 - \gamma_{kb}} \right] \\ &= \frac{RT}{M} \sigma \left[\gamma_{Nt} \ln \prod_{K=1}^N \frac{\gamma_{kt}}{\gamma_{kb}} + (1 - \gamma_{Nt}) \ln \prod_{K=1}^N \frac{1 - \gamma_{kt}}{1 - \gamma_{kb}} \right] \\ &= \frac{RT}{M} \sigma \left[\gamma_{Nt} \ln \frac{\gamma_{Nt}}{\gamma_{1b}} + (1 - \gamma_{Nt}) \ln \frac{1 - \gamma_{Nt}}{1 - \gamma_{1b}} \right] = L \end{aligned}$$

4. Der Wirkungsgrad eines Einzelrohres

Unter welchen Betriebsbedingungen, d.h. bei welchem Druck und bei welcher Entnahme erreicht ein Einzelrohr seinen maximalen Wirkungsgrad? (Statt des Druckes p werden wir stets die zu p^2 proportionale Kenngröße der Umlaufströmung u verwenden.) Dieses Problem wurde bereits von Dickel in [5] behandelt, jedoch nur für den Spezialfall, daß $\gamma(1-\gamma)$ als konstant betrachtet werden kann, so daß die Trennleistung nach (24) berechnet werden kann. Nun fehlt aber, wie gesagt, in [5] in der (24) entsprechenden Formel der Faktor $1/2$, außerdem war damals die Methode der Berücksichtigung der parasitären Ströme noch nicht bekannt, so daß über deren Einfluß auf den Wirkungsgrad noch nichts Gültiges ausgesagt worden ist (Bemerkung bezüglich [11] siehe weiter unten). Schon aus diesen beiden Gründen ist eine erneute Behandlung des Problems nötig; dazu kommt jedoch noch als Wichtigstes folgender Punkt: Man unterschied bisher nicht zwischen den beiden folgenden Fällen:

1. Die Abmessungen des Rohres sind fest, die erzielte Trennung ändert sich mit σ und u . Da auch der Energieverbrauch dann fest ist, genügt es, das Maximum der Trennleistung zu suchen. Diese Betrachtungsweise ist die passende für eine experimentelle Nachprüfung.
2. Sinnvoller ist jedoch folgende Betrachtungsweise: Die erreichte Trennung (d.h. γ_b und γ_t) ist fest vorgegeben und invariant, dafür muß sich z.B. die Länge des Rohres mit σ und u ändern.

Wir werden nun auch noch zeigen, daß beide Betrachtungsweisen zu demselben Ergebnis führen, falls $\gamma(1-\gamma)$ als konstant gelten kann.

Wir behandeln das gestellte Problem zunächst für den Fall, daß $\gamma(1-\gamma)$ als konstant betrachtet werden kann, anschließend werden wir noch den Fall $\gamma(1-\gamma)=\gamma$ erörtern.

1. $\gamma(1-\gamma) = \text{const.}$

Wir erhalten die Trennleistung L , indem wir (16) unter Berücksichtigung von (2), (3) und (6) in (24) einsetzen:

$$L = \frac{RT}{M} \left(\frac{4}{15} \right)^2 \cdot \frac{1}{2} \alpha^2 \left(\frac{\Delta T}{T} \right)^2 \cdot \rho D \frac{\Delta \gamma}{\Delta x} \Delta z \gamma(1-\gamma) \frac{(u \varphi P_T)^2}{0,1 u^2 \psi P_K + \chi} \cdot \frac{1}{B} (1 - e^{-B})^2 \quad (28)$$

Dabei ist B definiert durch:

$$B = \frac{s}{0,1 u^2 \psi P_K + \chi} = \frac{\alpha \Delta z}{K} \quad (29)$$

Wir haben diese Größe mit B bezeichnet statt mit p wie in [5], um Verwechslungen mit dem Druck zu vermeiden.

Setzen wir (28) und (22) in (21) ein, erhalten wir für ϵ :

$$\epsilon = \frac{R}{M} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot 0,356 \frac{\Delta T}{T} \cdot \frac{\rho D}{\lambda} \alpha^2 \gamma(1-\gamma) \cdot \frac{(u \varphi P_T)^2 \cdot 0,1}{0,1 u^2 \psi P_K + \chi} \cdot \frac{1}{B} (1 - e^{-B})^2 \quad (30)$$

Wir sehen, daß ϵ unabhängig von Δz (wegen der Einführung der Variablen B statt σ) und den Konzentrationen ist, da diese nur in dem voraussetzungsgemäß konstanten Ausdruck $\gamma(1-\gamma)$ vorkommen. Wenn wir nun im folgenden B und u variieren, hat ein Rohr mit festem Δz stets denselben Wirkungsgrad wie ein solches mit festem $\Delta \gamma$, also liegt auch das Maximum an derselben Stelle bezüglich B und u und hat dieselbe Höhe.

Wir haben nun 2 Bedingungen zu erfüllen, um das maximale ϵ zu erhalten, eine bezüglich u und eine für B :

$$1. \frac{d}{du} \frac{(u\psi P_K)^2}{u^2\psi P_K + 10\chi} = 0 \quad (31)$$

$$2. \frac{d}{dB} \frac{1}{B(1-e^{-B})^2} = 0 \quad (32)$$

Aus (31) folgt $u = \infty$. Da dies nicht erfüllbar ist und außerdem u kleiner als 20 sein muß, da sonst Turbulenz eintritt, was den Wirkungsgrad verschlechtert, wird man nur fordern:

$$10 < u < 20, \quad (33)$$

da die Veränderung des Ausdrucks $\frac{u^2}{u^2+10}$ nicht mehr groß ist, sobald u größer als etwa 10 ist:

u	$= 5$	10	15	20
$\frac{u^2}{u^2+10}$	$= 0,72$	$0,91$	$0,955$	$0,975$

Deshalb bringt die Erfüllung von (33) keine wesentliche Verschlechterung des Wirkungsgrades mit sich, und es bleibt ein gewisser Spielraum für die Wahl von u .

Die Bedingung (31) bedeutet anschaulich, daß die Rückdiffusion auf Grund des Konzentrationsgefälles möglichst klein sein soll verglichen mit den anderen Strömen, was am besten dann der Fall wäre, wenn der Konzentrationsgradient gleich null und die Anlage dafür unendlich lang wäre.

Aus (32) folgt für das optimale B :

$$1 - e^{-B} = 2Be^{-B}$$

Die Lösung dieser Gleichung kann numerisch gefunden werden. Es ergibt sich:

$$B = 1,26 \quad (34)$$

Daraus folgt sofort mit (29):

$$s_{\text{opt}} = 1,26 \cdot (0,1u^2\psi P_K + \chi) \quad (35)$$

oder, wenn man χ gegen $0,1u^2\psi P_K$ vernachlässigt, wozu wir berechtigt sind, falls (33) erfüllt ist:

$$s_{\text{opt}} = 0,126 \cdot u^2\psi P_K \quad (36)$$

s_{opt} ist also im Gültigkeitsbereich der Näherung (8) nur von u abhängig!

Schließlich können wir noch L im Optimalfall berechnen. Dazu setzen wir (34) in (28) ein und erhalten unter Berücksichtigung von (2) und (3):

$$L = 0,204 \tau_A^{*2} \gamma (1-\gamma) \cdot \frac{\Delta z}{K} \frac{RT}{M},$$

da ferner nach (7) gilt:

$$\frac{\tau_A^* \Delta z}{K} = \ln \Gamma_{\sigma=0}$$

können wir stattdessen noch schreiben:

$$L = 0,204 \tau_A^* \gamma (1-\gamma) \cdot \ln \Gamma_{\sigma=0} \cdot \frac{RT}{M} \quad (37)$$

ϵ hat in Abhängigkeit von s etwa folgendes Aussehen:

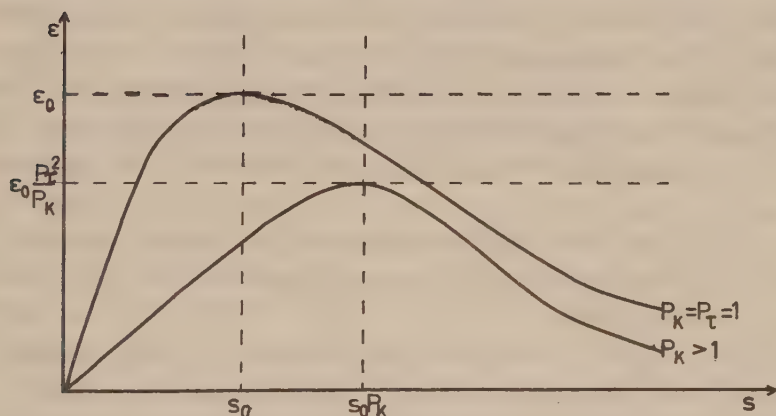


Abb. 2 ϵ als Funktion von s mit und ohne parasitäre Ströme

Wie wirken sich nun die parasitären Korrekturfaktoren aus?

Als erstes sieht man aus (30), daß ihre Wirkung dieselbe ist wie die der radialen Korrekturfaktoren. Die Höhe des Maximums ist, da wir auf Grund von (33) χ gegen $0,1u^2 \psi P_K$ vernachlässigen dürfen, um $\frac{P_T^2}{P_K}$ kleiner geworden. Der Wirkungsgrad wird also schlechter. Die Entnahmekenngröße s muß dagegen im Optimalfall nach (36) um P_K größer gemacht werden als bei einem Rohr mit $P_K = 1$, was entweder durch Vergrößerung der Entnahme σ oder der Länge Δz erfolgen

kann.

Eine weitere, im Rahmen dieser Theorie nicht behandelte Ursache für die Verschlechterung von ϵ ist schließlich noch der Energieverbrauch durch Strahlung, während der durch Konvektion äußerst gering ist (siehe [7]).

W. Weiß hat in seiner Dissertation [11] bereits dasselbe Problem behandelt (Auswirkungen der parasitären Ströme auf den Wirkungsgrad). Er hat jedoch nicht erkannt, daß bei seinen Messungen meist turbulente Strömung vorlag, da der Druck zu hoch war. Diese Tatsache hätte aber eine andere Theorie erfordert, so daß die Abweichungen seiner Messungen von den theoretischen Werten zum größten Teil gar nicht auf die parasitären Ströme zurückzuführen sind. Wir betrachten in dieser Arbeit die Verhältnisse bei turbulenter Strömung überhaupt nicht, da sie für die Praxis uninteressant sind. Außerdem fehlt in der Arbeit von Weiß in der Formel für den theoretischen Wirkungsgrad der Faktor $1/2$, und es liegt ein weiterer Rechenfehler vor, so daß seine Deutung seiner Ergebnisse hinfällig sein dürfte.

A. Bürkholz gibt in seiner Dissertation [12] Meßergebnisse an, die qualitativ bezüglich Höhe und Lage der Maxima mit unseren Überlegungen übereinstimmen. Quantitative Aussagen macht er nicht.

2. Wir wenden uns nun dem Fall zu, daß (9) erfüllt ist statt (8), d.h. daß angenähert gilt: $\gamma(1-\gamma) = \gamma$. Dieser Fall ist in [5] nicht behandelt worden. Wir beschränken uns auf die erste Betrachtungsweise (Abmessungen des Rohres fest, Trennleistung muß maximal werden). Da jetzt die Konzentrationen klein sind, können wir in (23) statt $\ln \frac{1-\gamma_t}{1-\gamma_b}$ einfach $\gamma_b - \gamma_t$ schreiben und bei der Multiplikation dieses Ausdrucks mit $(1-\gamma_t)$ die quadratischen Glieder weglassen. So erhalten wir, wobei wir noch γ_b heraus=

setzen:

$$L = \frac{RT}{M} \sigma \gamma_b \left[\frac{y_t}{\gamma_b} (\ln \frac{y_t}{\gamma_b} - 1) + 1 \right] \quad (38)$$

Wenn wir darin dann noch $\frac{y_t}{\gamma_b}$ nach (18) einsetzen, sehen wir, daß das Maximum dieser Funktion bezüglich s nicht mehr nur eine Funktion von u ist wie früher in (36), sondern auch noch von der Gerätegröße C abhängt, die ihrerseits nochmals zu u proportional ist. Man kann das Maximum von L bezüglich u und s numerisch finden, jedoch immer nur für einen speziellen Wert von C . Allgemeine Formeln und Aussagen sind dagegen nicht mehr möglich. Bei einem anderen Trennrohr müssen alle Rechnungen neu durchgeführt werden. Auch wie sich die Korrekturfaktoren auswirken, ist nicht mehr allgemein zu sehen. Wir werden deshalb später für den Spezialfall unseres dritten Rohres die numerischen Rechnungen durchführen und sehen, wo das Maximum liegt und wie es von den (gemessenen) Werten von P_T und P_K abhängt.

Interessant ist, daß bei dieser Näherung der Wirkungsgrad nach (38) proportional ist zur Ausgangskonzentration γ_b . Wir werden daher bei unseren Messungen nicht ϵ , sondern $\frac{\epsilon}{\gamma_b}$ bestimmen, da nur diese Größe nicht von dem willkürlichen γ_b abhängt. Um den wirklichen Wirkungsgrad zu erhalten, muß man dann den allgemein gültigen Wert von $\frac{\epsilon}{\gamma_b}$ mit dem jeweiligen γ_b multiplizieren.

5. Die Transformationsformel einzelner Trennrohre

In diesem Kapitel wollen wir uns mit folgendem Problem beschäftigen: Anfangs- und Endkonzentration sowie die Entnahme eines einzelnen Trennrohres seien fest vorgegeben und damit also auch der Transport, der Trennfaktor und die Trennleistung. Wie kann man nun die Abmessungen und den Druck des Trennrohres ändern, so daß die vorgegebenen Größen invariant bleiben, wobei zusätzlich noch verlangt wird, daß der Wirkungsgrad stets maximal sei?

Diese Untersuchung bringt das Gegenstück des in [4] behandelten Transformationsprinzips der Trennrohrkaskaden und ist notwendig für den späteren Vergleich von Kaskade und Einzelrohr.

Eine sinnvolle Behandlung der vorliegenden Frage ist nur dann möglich, wenn die Näherung (8) erfüllt ist, da nur in diesem Fall eine explizite Bedingung für den optimalen Wirkungsgrad angegeben werden kann, wie im vorigen Kapitel gezeigt wurde. In diesem Fall ist der Wirkungsgrad für $10 < u < 20$ beim optimalen s praktisch konstant, kann sich also auch bei den betrachteten Transformationen nicht ändern. Das bedeutet, daß auch der Energieverbrauch eine Invariante ist.

Wir müssen noch voraussetzen:

1. daß χ gegen $0,1u^2\psi P_K$ vernachlässigt werden kann, wozu wir wegen der vorausgesetzten Erfüllung von (33) berechtigt sind;
2. daß die radialen Korrekturfaktoren sich nicht ändern, was bedeutet, daß die Rohre geometrisch nicht zu verschieden sein dürfen;
3. daß sich die parasitären Korrekturfaktoren nicht ändern, eine Forderung, die erfüllt sein dürfte, wenn die Rohre stets auf die gleiche Weise aufgebaut sind.

In der Transportformel (16) treten folgende Variable auf: τ_A^* , K , Δz .

Diese lassen sich zurückführen auf die Variablen

$$\tau_A^*, \Delta z, \Delta x, \Delta y, u,$$

wobei jetzt noch eine Beziehung (nämlich (2)) zwischen τ_A^* , u und Δy besteht:

$$\tau_A^* = \left(\frac{4}{15} \alpha \frac{\Delta T}{T} \rho D \varphi P_T \right) u \Delta y$$

Der in Klammern stehende Ausdruck ist dabei eine Konstante, da T und ΔT nicht variiert werden sollen und ρD wegen $D = f \frac{\eta}{p}$ unabhängig vom Druck ist.

Wir setzen nun in (16) die Bedingung für den optimalen Wirkungsgrad (34) ein und erhalten:

$$\tau = \tau_A^* \cdot \gamma(1-\gamma)(1-e^{-1,26}) = \tau_A^* \gamma(1-\gamma) \cdot 0,716 \quad (39)$$

bzw. zusammen mit (6):

$$\tau_A^* = \sigma \cdot \frac{\gamma_t - \gamma_b}{\gamma(1-\gamma)} \cdot 1,395 \quad (40)$$

τ_A^* bleibt also bei den betrachteten Variationen auch konstant. Mit Hilfe von (40) eliminieren wir nun τ_A^* in (2) und erhalten:

$$u = \sigma \cdot \frac{\gamma_t - \gamma_b}{\gamma(1-\gamma)} \cdot 1,395 \cdot \left(\frac{4}{15} \alpha \frac{\Delta T}{T} \rho_D \varphi P_T \right)^{-1} \Delta y^{-1}$$

Dies setzen wir in (36) ein, ersetzen außerdem s nach (17) durch σ und erhalten:

$$\frac{\Delta y \cdot \Delta z}{\Delta x} = \text{const.} \quad (41)$$

$$= 0,1 \cdot \sigma \left(\frac{\gamma_t - \gamma_b}{\gamma(1-\gamma)} \right)^2 \cdot 1,26 \cdot 1,395^2 \cdot \left[\left(\frac{4}{15} \alpha \frac{\Delta T}{T} \right)^2 \rho_D \right]^{-1} \cdot \frac{\psi P_K}{(\varphi P_T)^2}$$

Diese Gleichung ist die Dimensionsgleichung einzelner Trennröhre und völlig analog zu [4] (35). Zu beachten ist, daß sich bei Transformationen im allgemeinen u ändern wird, was wegen (33) zu einer Einschränkung der Möglichkeiten führt. Außerdem sieht man durch Vergleich mit (22), daß (41) bedeutet, daß der Energieverbrauch konstant ist, wie oben bereits behauptet wurde.

Um die Änderung von u besser überblicken zu können, ersetzen wir ganz analog wie in [4] Δy mittels (2) und (40) durch u und erhalten so:

$$\frac{\Delta z}{u \Delta x} = \text{const} = 0,1 \cdot 1,26 \cdot 1,395 \cdot \frac{\gamma_t - \gamma_b}{\gamma(1-\gamma)} \left(\frac{4}{15} \alpha \frac{\Delta T}{T} \right)^{-1} \frac{\psi P_K}{\varphi P_T} \quad (42)$$

Diese Gleichung ist das Analogon zu [4] (38).

Wir haben also 5 Variable, nämlich τ_A^* , Δz , Δx , Δy , u , zwischen denen 3 Gleichungen bestehen, nämlich (2), (40) und (41) oder (42). Die gesuchten Transformationen haben also 2 Freiheitsgrade, wobei aber stets gewährleistet ist, daß der Wirkungsgrad maximal ist.

Im Gültigkeitsbereich der Näherung (9) sind, wie gesagt, analoge Überlegungen nicht möglich. Wir können wohl die Bedingungen für Transformationen angeben, bei denen Energieverbrauch und Trennleistung konstant bleiben sollen und somit auch der Wirkungsgrad, es ist aber dann nicht

mehr gewährleistet, daß dieser auch maximal ist. Die erste Forderung führt auf die Beziehung $\frac{\Delta y \cdot \Delta z}{\Delta x} = \text{const.}$, wir können aber wegen des Fehlens einer Bedingung für das optimale ϵ nicht mehr wie in (41) angeben, wie groß diese Konstante sein muß.

6. Der Wirkungsgrad der Rohre in einer Staffel

Die Trennleistung eines Rohres in einer Staffel ist gegeben durch (27):

$$L_K = \frac{RT}{M} \sigma \left[\gamma_{Nt} \ln \frac{\gamma_{Kt}}{\gamma_{Kb}} + (1 - \gamma_{Nt}) \ln \frac{1 - \gamma_{Kt}}{1 - \gamma_{Kb}} \right]$$

Nun sind Untersuchungen an unserer Staffel nur möglich im Gültigkeitsbereich der Näherung $\gamma(1-\gamma) = \gamma$, da wir mit unserer Staffel stets größere Trennfaktoren erzielen und bei Messungen im mittleren Konzentrationsbereich somit stets aus dem Gültigkeitsbereich der Näherung $\gamma(1-\gamma) = \text{const.}$ herauskommen würden, da hier der Trennfaktor höchstens etwa gleich 3,5 werden darf. Deswegen können wir (27) wie früher auf S.24 umformen, indem wir den Ausdruck $\ln \frac{1 - \gamma_{Kt}}{1 - \gamma_{Kb}}$ entwickeln und quadratische Glieder vernachlässigen. So erhalten wir:

$$L_K = \frac{RT}{M} \sigma \gamma_{Kb} \left[\frac{\gamma_{Nt}}{\gamma_{Kb}} \ln \frac{\gamma_{Kt}}{\gamma_{Kb}} + 1 - \frac{\gamma_{Kt}}{\gamma_{Kb}} \right] \quad (43)$$

Wir müssen nun aber berücksichtigen, daß bei unserer Näherung γ_{Kb} nach (10) proportional zu $\gamma_{K-1,b}$ ist, dieses wieder zu $\gamma_{K-2,b}$ usw., so daß schließlich die Trennleistung eines jeden Rohres proportional zur Ausgangskonzentration am Anfang der ganzen Anlage ist, wobei der Proportionalitätsfaktor von der Trennwirkung in den vorhergehenden Rohren abhängt. Da γ_{1b} dagegen frei ist, berechnen wir sinnvollerweise wieder nur $\frac{L_K}{\gamma_{1b}}$, da nur diese Größe nur von den Trennrrohrbedingungen und nicht von γ_{1b} abhängt:

$$\frac{L_K}{\gamma_{1b}} = \frac{RT}{M} \sigma \left[\frac{\gamma_{Nt}}{\gamma_{1b}} \ln \frac{\gamma_{Kt}}{\gamma_{Kb}} + \frac{\gamma_{Kb}}{\gamma_{1b}} - \frac{\gamma_{Kt}}{\gamma_{1b}} \right] \quad (44)$$

Speziell beim letzten Rohr sehen wir, daß sein Wirkungs=

grad um den Faktor $\frac{Y_{Nb}}{Y_{1b}}$ höher ist, wenn es in der Staffel arbeitet, als wenn es direkt an den Vorratsbehälter angeschlossen wäre, denn um diesen Faktor ist sowohl Y_{Nt} , das in diesem Fall gleich Y_{Nt} ist, als auch Y_{Nb} größer. Da aber $\frac{Y_{Nb}}{Y_{1b}}$ umso größer ist, je kleiner σ ist, rückt also der Ort der maximalen Trennleistung zu kleineren σ , wenn wir das Rohr nicht mehr allein, sondern in der Staffel betreiben und gleichzeitig wird auch L größer, da $\frac{Y_{Nb}}{Y_{1b}}$ stets größer als 1 ist. Bei den anderen Rohren kann man nicht so einfach argumentieren, da hier der Ausdruck $\frac{Y_{Nt}}{Y_{1b}}$ einen anderen Wert hat, je nachdem ob das Rohr allein arbeitet oder ob noch andere nachfolgen.

Um zu berechnen, bei welchem σ man den maximalen Wirkungsgrad erhält und wie groß er ist, muß man (10) in (44) einsetzen und diese Beziehung dann numerisch auswerten. Dies ist aber noch komplizierter als früher bei den Einzelrohren, da jetzt - außer beim letzten Rohr - auch die Trennung in den folgenden Rohren mit berücksichtigt werden muß. Da wir also wie früher keine allgemeine Maximalbedingung aufstellen können, ist es nun auch nicht möglich, bei Rohren in der Staffel eine (41) entsprechende Dimensionsformel bzw. die Transformationsmöglichkeiten anzugeben. Dagegen ist eine exakte Lösung dann möglich, wenn wir voraussetzen, daß die Rohre beliebig kurz sein sollen, d.h. daß die Staffelung kontinuierlich ist, denn dann können wir an Stelle von (27) zur Berechnung der Trennleistung die wesentlich einfachere differentielle Formel (26) verwenden. Die Forderung, daß der Wirkungsgrad maximal sein soll, liefert dann eine Bedingung für die Staffelung, welche zuerst in [3] von Cohen abgeleitet wurde. Weiterhin wurde eine andere Ableitung, wie sie in den Rahmen der von uns hier gebrachten Theorie paßt, in [4] in sehr knapper Form veröffentlicht. Da die dortige Ableitung aber zu Mißverständnissen Anlaß geben könnte, wollen wir sie hier nochmals

ausführlicher und etwas verändert bringen. Insbesondere wollen wir als unabhängige Variable γ statt z verwenden, was dem Problem angemessener ist.

Es ist offensichtlich am günstigsten, wenn jedes Stücken einer Staffel mit der Entnahme betrieben wird, bei der es seinen größten Wirkungsgrad erzielt. Nun ist aber die Entnahme längs einer Kaskade überall gleich. Die Staffelung muß also so sein, daß es ein gewisses σ gibt, so daß dieses σ gleich dem optimalen σ ist für alle Stücke gleichzeitig. Wir wollen annehmen, daß die Stücke zwar nicht infinitesimal, aber doch so kurz sein sollen, daß die Anwendung der Formel (26) noch erlaubt ist.

Der Wirkungsgrad eines Stückes ist gegeben durch

$$\epsilon_K = \frac{\Delta L_K}{\Delta E_K}$$

Die Trennleistung ist gegeben durch (26):

$$\Delta L_K = \frac{RT}{M} \sigma (\gamma_{Nt} - \gamma_K) \frac{\Delta \gamma_K}{\gamma_K (1 - \gamma_K)}$$

Wir wollen nun annehmen, daß die Konzentration in jedem Stück γ_K und damit auch die Endkonzentration γ_{Nt} und die einzelnen Konzentrationsdifferenzen $\Delta \gamma_K$ stets gleich bleiben sollen, was also bedeutet, daß die erzielte Trennung fest vorgegeben ist. Dann müssen aber die Δz_K und damit auch die ΔE_K sich ändern, falls σ variiert wird, damit nämlich γ_K konstant bleibt. Insofern unterscheidet sich unsere jetzige Ableitung von der in [4]. ΔE_K ist durch (22) gegeben:

$$\Delta E_K = \omega \lambda \Delta T \cdot (\Delta x_K)^{-1} \Delta y_K \Delta z_K$$

Also erhalten wir für ϵ :

$$\epsilon_K = \frac{RT}{\omega \lambda M \Delta T} \frac{\Delta x_K}{\Delta y_K} \frac{\gamma_{Nt} - \gamma_K}{\gamma_K (1 - \gamma_K)} \frac{\Delta \gamma_K}{\Delta z_K} \sigma$$

$\frac{\Delta \gamma_K}{\Delta z_K}$ erhalten wir aus der grundlegenden Gleichung (1):

$$\frac{\Delta \gamma_K}{\Delta z_K} = \tau_{AK}^* \gamma_K (1 - \gamma_K) \frac{1}{K_K} - \sigma (\gamma_{Nt} - \gamma_K) \frac{1}{K_K}$$

Also ist

$$\epsilon_K = \frac{R}{M} \frac{T}{\omega \lambda \Delta T} \frac{\Delta x_K}{\Delta y_K} \frac{1}{K_K} \left[\sigma \tau_{AK}^* (\gamma_{Nt} - \gamma_K) - \sigma^2 \frac{(\gamma_{Nt} - \gamma_K)^2}{\gamma_K (1 - \gamma_K)} \right] \quad (45)$$

Wenn nun der Wirkungsgrad maximal sein soll bezüglich der Entnahme σ , muß gelten (alle anderen Größen in (45) sind unabhängig von σ):

$$\frac{d\epsilon_K}{d\sigma} = 0$$

an allen Stellen, d.h. für alle k bei einem σ unabhängig von k . Daraus folgt sofort:

$$\tau_{AK}^* = 2\sigma \frac{Y_{nt} - Y_K}{Y_K(1 - Y_K)} \quad (46)$$

oder mit der Definition des Transportes (6):

$$\tau_K = \frac{1}{2} \tau_{AK}^* Y_K (1 - Y_K) \quad (47)$$

für ein für alle Rohre gemeinsames σ .

Dies ist genau die sog. Cohen'sche Bedingung. Aus ihr folgen sowohl die Staffelung als auch das optimale σ , wenn an einer einzigen Stelle τ_{AK}^* festgelegt wird.

Aus (46) lassen sich einige Folgerungen ziehen:

Eliminiert man σ in (1) mit Hilfe von (46), erhält man:

$$\frac{1}{2} \tau_{AK}^* (1 - Y) - K_K \frac{dY}{dZ} = 0 \quad (48)$$

Dies ist aber genau dieselbe Gleichung wie bei einem Trennrohr ohne Entnahme und dem halben Anfangstransport. Daraus ersieht man sofort, daß der Trennfaktor im Cohen'schen Fall gegeben ist durch:

$$\Gamma_{K, \text{cohen}} = \exp\left(\frac{\tau_{AK}^* \Delta z_K}{2K_K}\right) \quad (49)$$

Es gilt also nach (7):

$$\Gamma_{K, \text{cohen}} = \sqrt{\Gamma_{K, \sigma=\sigma}} \quad (50)$$

Der Trennfaktor im Cohen'schen Fall ist also gleich der Wurzel aus dem Trennfaktor desselben Rohres beim Betrieb ohne Entnahme.

Setzt man (46) in (45) ein, so erhält man als maximalen Wirkungsgrad:

$$\epsilon_K = \frac{R}{M} \cdot \frac{T}{\omega \lambda \Delta T} \cdot \frac{\Delta x_K}{\Delta y_K} \cdot \frac{1}{K_K} \cdot \frac{1}{4} \cdot \tau_{AK}^{*2} Y_K (1 - Y_K) \quad (51)$$

oder unter Berücksichtigung von (7):

$$\epsilon_K = \frac{R}{M} \cdot \frac{T}{\omega \lambda \Delta T} \cdot \frac{\Delta x_K}{\Delta y_K \cdot \Delta z_K} \cdot 0,25 \cdot \ln \Gamma_{K, \sigma=\sigma} \cdot \tau_{AK}^* Y_K (1 - Y_K) \quad (52)$$

Außerdem sieht man, daß gilt:

$$\epsilon_K = \text{const}_K \cdot \frac{(u \phi P_r)^2}{0,1u^2 \psi P_K + \chi} \quad (53)$$

Hieraus folgt, daß es noch eine Maximalbedingung für u gibt. Sie lautet einfach, daß $\frac{(u \phi P_r)^2}{0,1u^2 \psi \cdot P_K + \chi}$ möglichst groß gemacht werden muß, was zu der Bedingung $10 < u < 20$ führt. Diese Bedingung ist völlig identisch mit der für Einzelrohre gültigen (33). u verbleibt also mit gewissen Einschränkungen als Freiheitsgrad und kann in der ganzen Anlage gleich gemacht werden. Da man weiterhin bei Erfüllung dieser Bedingung χ gegen $0,1u^2 \psi P_K$ vernachlässigen kann, zeigt es sich, daß die Verschlechterung des Wirkungsgrades durch die parasitären Ströme $\frac{P_r^2}{P_K}$ beträgt, genau wie bei Einzelrohren im Gültigkeitsbereich von (8). Aus (49) sieht man schließlich noch, daß die Länge eines jeden Stückes und damit auch die der ganzen Kaskade um $\frac{P_K}{P_r}$ vergrößert werden muß gegenüber dem Fall, daß keine parasitären Ströme auftreten, damit der Trennfaktor und damit die Konzentration eines jeden Stückes gleichbleibt.

7. Ein Vergleich von Kaskade und Einzelrohr

Wir wollen in diesem Kapitel ein optimal arbeitendes Einzelrohr und eine mit Hilfe von (46) berechnete Kaskade vergleichen, mit dem Endziel, den Unterschied im Wirkungsgrad zu berechnen. Vorausgesetzt sei, daß sowohl Entnahme wie Ausgangs- und Endkonzentration in beiden Fällen gleich sein sollen. Die Trennleistung der beiden Anlagen ist also gleich, der Energieverbrauch dagegen verschieden. Wir nehmen weiterhin an, daß alle Korrekturfaktoren gleich sein sollen, daß wir bei mittleren Konzentrationen arbeiten und daß die Trenneffekte so klein sein sollen, daß wir im Gültigkeitsbereich der Näherung $\gamma(1-\gamma)=\text{const.}$ bleiben. Weiter wollen wir voraussetzen, daß die Maximalbedingung bezüglich u erfüllt ist, die in beiden Fällen lautet: $10 < u < 20$, sodaß stets χ gegen

$0,1u^2\psi_{PK}$ vernachlässigt werden kann. Die Formeln für die ideale Kaskade, die aus der Cohen'schen Bedingung folgen (Breitenfunktion, Transformationsmöglichkeiten, Energieverbrauch und Wirkungsgrad), finden sich in [4].

Die Maximalbedingung bezüglich der Entnahme ist beim Einzelrohr gegeben durch (39):

$$\tau = \tau_A^* \gamma (1 - \gamma) \cdot 0,716$$

Bei der Kaskade lautet sie dagegen (47):

$$\tau = \tau_A^* \gamma (1 - \gamma) \cdot 0,500$$

Die beiden Formeln unterscheiden sich also nur in dem Zahlenfaktor, wobei jedoch noch zu beachten ist, daß τ in (47) eine sich kontinuierlich ändernde Größe ist, während in (39) der Transport durch den Anfang des Rohres gemeint ist.

Aus diesen Maximalbedingungen erhält man jeweils eine Dimensionsgleichung, nämlich bei der Kaskade [4] (35):

$$\frac{\Delta y \cdot z}{\Delta x} = 0,1 \alpha n \cdot \left[\sinh n + 2\Delta(1 - \cosh n) \right] \left[\left(\frac{2}{15} \alpha \frac{\Delta T}{T} \right)^2 \rho D \right]^{-1} \cdot \frac{\psi_{PK}}{(\varphi P_r)^2}$$

Hierbei sind n und Δ gegeben durch:

$$n = \ln \frac{y_t(1 - \gamma)}{\gamma(1 - y_t)}; \quad \Delta = y_t - 0,5$$

An der Stelle $z = \Delta z$, d.h. für den Anfang (breiteste Stelle) der Kaskade verwenden wir für Δy das Symbol Y und N statt n . Bei kleinen Werten von N (d.h. für $\Gamma \approx 1$, da $N = \ln \Gamma$) können wir annähernd schreiben:

$$\begin{aligned} N &= \ln \left(1 + \frac{y_t - y_b}{y_b} \right) - \ln \left(1 - \frac{y_t - y_b}{1 - y_b} \right) \\ &= \frac{y_t - y_b}{y_b} + \frac{y_t - y_b}{1 - y_b} = \frac{y_t - y_b}{y(1 - \gamma)} \end{aligned} \quad (54)$$

Weiterhin können wir für kleine N den $\sinh$ und $\cosh$ entwickeln:

$$\sinh N = N; \quad \cosh N = 1 \quad (55)$$

Statt [4] (35) können wir jetzt also schreiben:

$$\frac{Y \cdot \Delta z}{\Delta x} = 0,1 \cdot \alpha \left[\frac{y_t - y_b}{y(1 - \gamma)} \right]^2 \cdot \left[\left(\frac{2}{15} \alpha \frac{\Delta T}{T} \right)^2 \rho D \right]^{-1} \cdot \frac{\psi_{PK}}{(\varphi P_r)^2} \quad (56)$$

Das Gegenstück zu dieser Formel beim Einzelrohr ist un-

sere Formel (41):

$$\frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} = 0,1 \cdot 1,26 \cdot 1,395^2 \cdot \sigma \left[\frac{y_t - y_b}{\gamma(1-\gamma)} \right]^2 \cdot \left[\left(\frac{4}{15} \alpha \frac{\Delta T}{T} \right)^2 \rho D \right]^{-1} \cdot \frac{\psi P_K}{(\varphi P_T)^2}$$

Wir können nun die Breite des Einzelrohres mit der Breite der Kaskade an ihrer breitesten Stelle vergleichen. Da wir gemäß dem auf S.27 Gesagten beim Einzelrohr 2 Freiheitsgrade bei der Wahl der Dimensionen haben, können wir annehmen, daß Δx und Δz genausogroß sind wie bei der Kaskade. Wir erhalten dann, indem wir (41) durch (56) teilen:

$$\Delta y_R = 0,615 \cdot Y_K \quad (57)$$

Der Index $_R$ bedeutet dabei Einzelrohr, der Index $_K$ Kaskade. Der Umfang des Einzelrohres mit optimalem Wirkungsgrad ist also das 0,615-fache des Umfangs des Anfangs der Kaskade.

In analoger Weise erhalten wir aus (42) und [4] (38):

$$u_R = 1,14 \cdot u_K \quad (58)$$

Rohr und Kaskade dürfen also nicht mit demselben u betrieben werden, vielmehr ist der Wert von u beim Einzelrohr etwas größer, wenn Δx und Δz gleich sein sollen.

Nun können wir den jeweiligen Energieverbrauch ausrechnen. Beim Einzelrohr ist er durch (22) gegeben, bei der Staffel müssen wir dagegen wegen des veränderlichen Querschnitts von der differentiellen Formel ausgehen:

$$dE = \lambda \Delta T (\Delta x)^{-1} \cdot \Delta y(z) dz \quad (59)$$

und die Abhängigkeit von Δy von z berücksichtigen. Diese ist gegeben durch [4] (30) mit [4] (28):

$$\Delta y = \sigma \left(\frac{2}{15} \alpha \frac{\Delta T}{T} \rho D \varphi P_T \right)^{-1} \cdot \frac{1}{u} \cdot [\sinh n + 2\Delta(1 - \cosh n)] \quad (60)$$

Wir verwenden wieder (54) und (55) und erhalten so:

$$\Delta y = \sigma \left(\frac{2}{15} \alpha \frac{\Delta T}{T} \rho D \varphi P_T \right)^{-1} \cdot \frac{1}{u} \cdot \frac{y_t - y_b}{\gamma(1-\gamma)} \quad (61)$$

Für den Anfang der Kaskade gilt entsprechend:

$$Y = \sigma \left(\frac{2}{15} \alpha \frac{\Delta T}{T} \rho D \varphi P_T \right)^{-1} \cdot \frac{1}{u} \cdot \frac{y_t - y_b}{\gamma(1-\gamma)} \quad (62)$$

Durch Division von (61) und (62) erhalten wir:

$$\frac{\Delta y}{Y} = \frac{y_t - y}{y_t - y_b} \quad (63)$$

Um nun den Energieverbrauch der Kaskade zu berechnen, setzen wir dies in (59) ein und integrieren über die ganze Länge, wobei wir noch z durch y substituieren:

$$E = \omega \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \frac{Y}{y_t - y_b} \cdot \int_{y_b}^{y_t} \frac{dz}{dy} (y_t - y) dy$$

$\frac{dz}{dy}$ ist durch (48) gegeben. Da hierbei $\frac{\tau_{AK}^*}{K_K}$ unabhängig von k und damit auch y ist, erhalten wir:

$$E = \omega \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \frac{Y}{y_t - y_b} \cdot \frac{2K_K}{\tau_{AK}^* Y (1 - \gamma)} \cdot \int_{y_b}^{y_t} (y_t - y) dy = \omega \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} Y \frac{K_K}{\tau_{AK}^* Y (1 - \gamma)} (y_t - y_b)$$

Wir berücksichtigen, daß nach (54) $\ln \Gamma = N = \frac{y_t - y_b}{Y(1 - \gamma)}$ ist, andererseits ist nach (49) $\ln \Gamma = \tau_{AK}^* \Delta z (2K_K)^{-1}$, also ist

$$E = \omega \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot Y \cdot \frac{1}{2} \cdot \Delta z \quad (64)$$

Wenn wir nun (22) durch (64) teilen und berücksichtigen, daß wir vorausgesetzt hatten, daß Δz und Δx bei Kaskade und Einzelrohr gleich sein sollen, erhalten wir:

$$E_R = \frac{2\Delta y_b}{Y_K} E_K \quad (65)$$

Setzen wir darin (57) ein, so ergibt sich:

$$E_R = 1,23 E_K \quad (66)$$

Wir sehen also, daß der Energieverbrauch des optimal arbeitenden Einzelrohres mit konstantem Querschnitt 1,23 mal so groß ist wie der einer Kaskade. Die Trennleistung war voraussetzungsgemäß in beiden Fällen die gleiche, also ist der Wirkungsgrad einer Kaskade um denselben Faktor größer. Es ist dabei jedoch zu bedenken, daß diese Überlegung nur für kleine Trennfaktoren gilt. Bei größeren Γ dürfte der Unterschied noch größer werden. Übrigens kann man dieses Ergebnis auch aus Angaben von Alexander in [10] entnehmen.

Falls das Einzelrohr länger ist oder die Näherung (8) nicht mehr erfüllt ist oder falls wir die kontinuierliche Staffel mit einer solchen aus endlichen Rohren vergleichen möchten, können wir leider analoge Formeln nicht aufstellen, da wir dann keine Maximalbedingungen und

Dimensionsformeln in expliziter Form besitzen; man muß vielmehr für jeden Einzelfall Trennleistung und Energieverbrauch gesondert berechnen und vergleichen.

Dagegen können wir folgendes exakt beweisen:

Wenn wir ein langes Einzelrohr mit konstantem Querschnitt aufteilen in eine Staffel aus Rohren von gleichem Querschnitt und gleicher Gesamtlänge, so ändert sich die Trennleistung nicht. Da sich der Energieverbrauch ersichtlicherweise auch nicht ändert, bleibt auch der Wirkungsgrad der gleiche. Dies gilt im Bereich der beiden Näherungen (8) und (9)! Eine solche Aufteilung mag etwa aus Raumgründen notwendig werden. Außerdem tritt sie in der Praxis auch deswegen immer ein, auch wenn wir scheinbar nur ein einziges Rohr haben, weil in diesem stets zur Zentrierung im Trennraum durchbohrte Scheibchen, Dreibeine o.ä. angebracht werden müssen, die den durchgehenden Konvektionsstrom wenigstens teilweise zur Umkehr zwingen und so wie eine Unterteilung in verschiedene Rohre wirken.

Wir nehmen zunächst an, daß das lange Rohr nur in zwei Rohre der Länge Δz_1 bzw. Δz_2 aufgeteilt sei mit $\Delta z = \Delta z_1 + \Delta z_2$. Die Verallgemeinerung auf beliebig viele Rohre liegt dann auf der Hand, da man die Zweiteilung (immer des jeweils letzten Rohres!) ja beliebig oft hintereinander durchführen kann. Wir müssen nun beweisen, daß bei gleicher Entnahme und Ausgangskonzentration die Endkonzentrationen bei Staffel und Einzelrohr gleich sind. Dazu müssen wir entweder zeigen, daß das Produkt der Trennfaktoren der Einzelrohre gleich dem Trennfaktor des langen Rohres ist oder daß der Transport des ersten der Einzelrohre gleich ist dem Transport des langen Rohres, denn für das erste Rohr - vom Vorratsbehälter her gerechnet - ist $\tau = \sigma(\gamma_{Ht} - \gamma_{1b})$, ebenso wie beim Einzelrohr. Wie bereits erwähnt, ist es dabei am bequemsten, im Bereich der Näherung (9) mit dem Trennfaktor, bei der Näherung

(8) dagegen mit dem Transport zu arbeiten.

Der Trennfaktor des 2. (=letzten) Rohres ist gegeben durch (11):

$$\Gamma_2 = \frac{\gamma_{2t}}{\gamma_{1t}} = \frac{\tau_{A2}^* + \sigma}{\sigma + \tau_{A2}^* \exp(-\frac{\tau_{A2}^* + \sigma}{K_2} \Delta z_2)} \quad (67)$$

der des ersten durch (10):

$$\Gamma_1 = \frac{\gamma_{1t}}{\gamma_{1b}} = \frac{\tau_{A1}^* + \sigma}{\sigma \frac{\gamma_{2t}}{\gamma_{1t}} [1 - \exp(-\frac{\tau_{A1}^* + \sigma}{K_1} \Delta z_1)] + (\tau_{A1}^* + \sigma) \exp(-\frac{\tau_{A1}^* + \sigma}{K_1} \Delta z_1)} \quad (68)$$

Wir eliminieren $\frac{\gamma_{2t}}{\gamma_{1t}}$ in (68) durch (67) und bilden dann das Produkt $\Gamma_1 \cdot \Gamma_2$. Hierbei müssen wir berücksichtigen, daß wegen des gleichen Querschnitts $\tau_{A1}^* = \tau_{A2}^*$ und $K_1 = K_2$ ist. Dann erhalten wir nach einigen elementaren Rechnungen:

$$\Gamma_1 \cdot \Gamma_2 = \frac{\tau_{A1}^* + \sigma}{\sigma + \tau_{A1}^* \exp(-\frac{\tau_{A1}^* + \sigma}{K_1} (\Delta z_1 + \Delta z_2))}$$

Dies ist aber genau gleich dem Trennfaktor des Einzelrohres, der nach (11) berechnet werden kann, da $\tau_A^* = \tau_{A1}^*$, $K_1 = K$ und $\Delta z_1 + \Delta z_2 = \Delta z$ ist.

Der Transport des zweiten Rohres ist durch (16) gegeben:

$$\tau_2 = \tau_{A2}^* \gamma (1 - \gamma) (1 - \exp(-\frac{\sigma}{K_2} \Delta z_2)) \quad (69)$$

der des ersten durch (15):

$$\tau_1 = \tau_{A1}^* \gamma (1 - \gamma) (1 - \exp(-\frac{\sigma}{K_1} \Delta z_1)) + \sigma (\gamma_{2t} - \gamma_{1t}) \exp(-\frac{\sigma}{K_1} \Delta z_1) \quad (70)$$

Nun ist aber $\sigma (\gamma_{2t} - \gamma_{1t})$ gleich τ_2 und kann daher mit Hilfe von (69) eliminiert werden. Da wieder $\tau_{A2}^* = \tau_{A1}^*$ und $K_2 = K_1$ ist, erhalten wir:

$$\tau_1 = \tau_{A1}^* \gamma (1 - \gamma) (1 - \exp(-\frac{\sigma}{K_1} (\Delta z_1 + \Delta z_2)))$$

Dies ist genau gleich dem Transport des Einzelrohres.

Wenn man auf diese Weise ein längeres Rohr in Stücke mit gleichem Querschnitt und gleicher Gesamtlänge zerlegt hat, ohne an Trennleistung und Energieverbrauch etwas zu ändern, dann kann man natürlich noch die einzelnen Stücke transformieren, indem man z.B. den Querschnitt eines der Stücke verkleinert und dies durch Vergrößerung

des Querschnitts eines anderen Rohres oder durch Verlängerung irgendeines Rohres kompensiert. Wie diese Transformationen vorzunehmen sind, muß mit Hilfe der Grundformeln (10) bis (16) ausgerechnet werden. Da sich hierbei auch der Energieverbrauch im allgemeinen ändern wird, besteht die Möglichkeit, einen besseren Wirkungsgrad als beim langen Einzelrohr zu erzielen, da wir ja dem Ideal der kontinuierlich gestaffelten Kaskade näherkommen können.

Damit sind wir am Ende der Möglichkeiten angelangt, aus der Theorie Aussagen zu gewinnen und müssen uns nun den Experimenten zuwenden, um mit diesen die theoretischen Überlegungen nachzuprüfen, zu ergänzen und weiterzuführen.

C. Die Experimente

1. Die verwendete Apparatur

Eine Beschreibung der verwendeten Apparatur findet sich in [13] und in der Diplomarbeit des Verfassers [7]. Dort sind auch alle Abmessungen, sonstigen Daten und die Temperaturmessungen aufgeführt. Es handelt sich im wesentlichen um eine Staffel von drei Trennrohren mit je 6,80 m Länge. Statt der Isotope eines Gases wurden N_2 und O_2 getrennt, und zwar wurde als Ausgangskonzentration etwa 1% O_2 gewählt. Die Analysen wurden mittels eines Massenspektrometers der Firma CEC gemacht.

Zwischen den Messungen, die in [7] aufgeführt sind, und den neuen wurde ein Umbau an den Konvektionskreisen vorgenommen, um jedes Rohr direkt an den Vorratsbehälter anschließen zu können und um den Inhalt eines jeden Rohres mit Hilfe des geheizten Zweiges eines Konvektionskreises homogenisieren zu können, wobei das Rohr selbst als gekühlter Zweig des Kreises wirkt, so daß sich ein Strom ausbildet, der das Rohr unten verläßt und oben wieder eintritt, wodurch der Inhalt dieses Rohres vermischt wird. Die zu diesem Zweck gewählte Anordnung der Konvektionskreise ist in Abb.3 auf S.42 dargestellt (die Pfeile zeigen dabei als Beispiel den Stromverlauf, wenn der Inhalt des 2. Rohres homogenisiert werden soll).

Als nächstes haben wir die Entnahmeapparatur etwas umgebaut. Zur Regelung dient wie bisher ein Reduzierventil. Bisher strömte das Gas dann normalerweise ins Freie und nur zur Messung durch ein mit Öl gefülltes Gefäß, aus dem es dann das Öl in einen Meßzylinder verdrängte. Es wurde die Zeit gemessen, in der eine bestimmte Menge Öl verdrängt wurde. Diese Vorrichtung behielten wir zwar bei, schalteten parallel dazu aber einen Gaszähler (Sperrflüssigkeit: Wasser; 1 Umdrehung = 1l; 1 kleiner Teilstrich 10 ml.), der stets von dem Gas durchströmt wird.

Das hat den Vorteil, daß der Strömungswiderstand stets gleich ist, während bei der alten Methode der Druckabfall am Reduzierventil bei der Messung wegen des zusätzlichen Widerstandes im Ölverdränger kleiner war als beim Betrieb und somit die Entnahme zu klein gemessen wurde, was sich allerdings nur bei sehr großen Entnahmen oder kleinen Druckdifferenzen bemerkbar machte. Bei kleinen Entnahmen maßen wir weiterhin mit dem Ölverdränger, da nur mit diesem sehr kleine Gasmengen meßbar sind. Die Methode mit dem Gaszähler gestattet es außerdem, den Mittelwert der Entnahme über längere Zeit zu bestimmen. Es zeigte sich allerdings, daß die Konzentrationen im Trennrohr sich ziemlich schnell nachstellen, wenn die Entnahme sich ändert, so daß es am günstigsten war, die Entnahme nur über wenige Stunden vor der Probenentnahme zu mitteln. Schließlich mußte das Gas, bevor es wahlweise in Ölverdränger oder Zähler geleitet wurde, eine mit Wasser gefüllte Waschflasche durchströmen, damit es sicher Zimmertemperatur hatte.

In Abb.4, S.42 ist die Entnahmeapparatur schematisch dargestellt.

Wir nahmen nun Vergleichsmessungen zwischen den beiden Methoden der Entnahmemessung vor. Dazu wurde bei 2 verschiedenen Druckdifferenzen (einer großen und einer kleinen) das Reduzierventil auf verschiedene Werte eingestellt und auf beide Methoden die Entnahme bestimmt und zwar wurde die Zeit gemessen, in der 50 ml ausströmten. (t_{50} sei die abgekürzte Bezeichnung hierfür).

Ergebnisse der Entnahmeeichmessungen

$t_{50}^{-1} [\text{min}^{-1}]$	$\Delta p = 0,35 \text{ at}$		$\Delta p = 0,15 \text{ at}$	
	Zähler	Öl	Zähler	Öl
	0,146	0,139	0,0485	0,0445
	0,323	0,317	0,126	0,123
	0,625	0,621	0,247	0,205
	0,98	0,862	0,679	0,614
	1,28	1,15	2,31	1,59
	1,785	1,515	6,00	3,00
	4,00	3,12		

In der Abbildung 5 sind diese Ergebnisse graphisch dargestellt.

Zur Diskussion dieser Ergebnisse ist zu sagen, daß stets der Zählerwert zuverlässig sein dürfte. Falls beide Messungen gleiche Ergebnisse liefern, muß sich die Winkelhalbierende ergeben. Dies ist bei kleinen Entnahmen der Fall, während bei großen der Ölverdränger zu kleine Werte lieferte, wofür der Grund ja bereits erklärt wurde. Der Bereich, in dem der Ölverdränger verwendbar ist, ist bei dem kleineren Druck wesentlich kleiner als bei dem höheren Druck:

Δp [at] :	Ölverdränger verwendbar für $t_{100} >$
0,35	4 min
0,15	10 min

Die größten Entnahmen, die vor dem Umbau verwendet worden waren, ($\Delta p = 0,35$), lagen gerade noch in dem Bereich, in dem der Unterschied klein ist. Dagegen war der Umbau Voraussetzung dafür, daß wir bei sehr kleinen Druckdifferenzen (bis $\Delta p = 0,05$) messen konnten.

Weiterhin nahmen wir an der elektrischen Schaltung einige Veränderungen vor: Sicherungen für die Konvektionskreise, Einbau eines Hauptschalters, mit dem im Notfall die ganze Anlage auf einmal stromlos hätte gemacht werden können; die Schaltung wurde weiterhin so aufgebaut, daß nach einem Strom- oder Wasserausfall der Strom so lange ausgeschaltet blieb, bis er wieder von Hand eingeschaltet wurde.

Abb. 6 bringt den endgültigen Schaltplan.

Die Probenentnahme erfolgte an den unteren Enden der Rohre mittels Ampullen, die mit einer Öldiffusionspumpe ausgepumpt wurden. Aus dem Vorratsbehälter wurden die Gasproben dagegen mit einer Durchströmampulle (ohne Pumpe) entnommen.

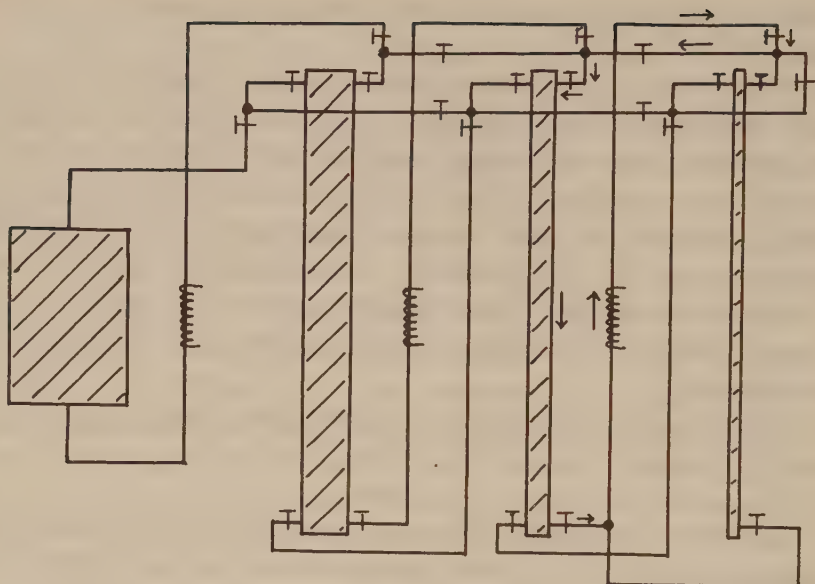


Abb.3
Anordnung der Konvektionskreise

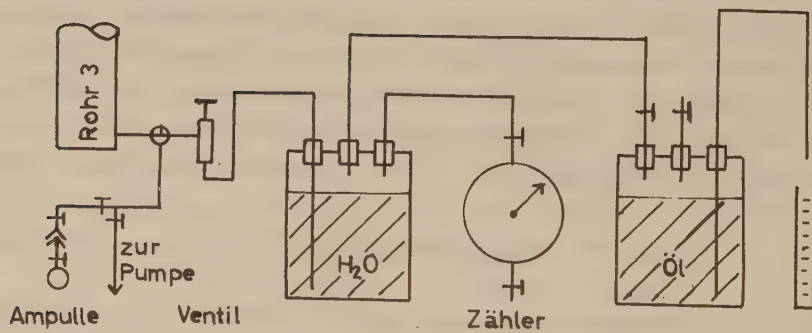


Abb.4
Entnahmeapparat

Abb.5

Eichung der Entnahme

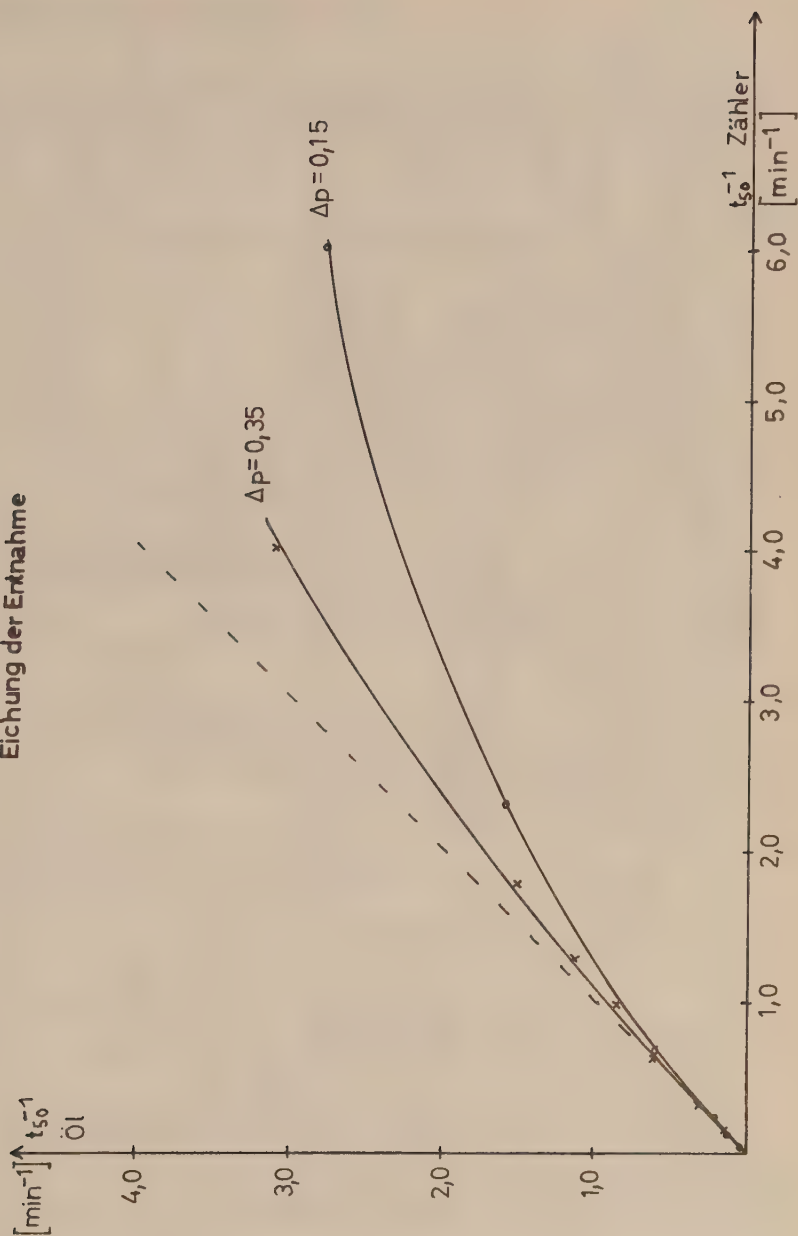
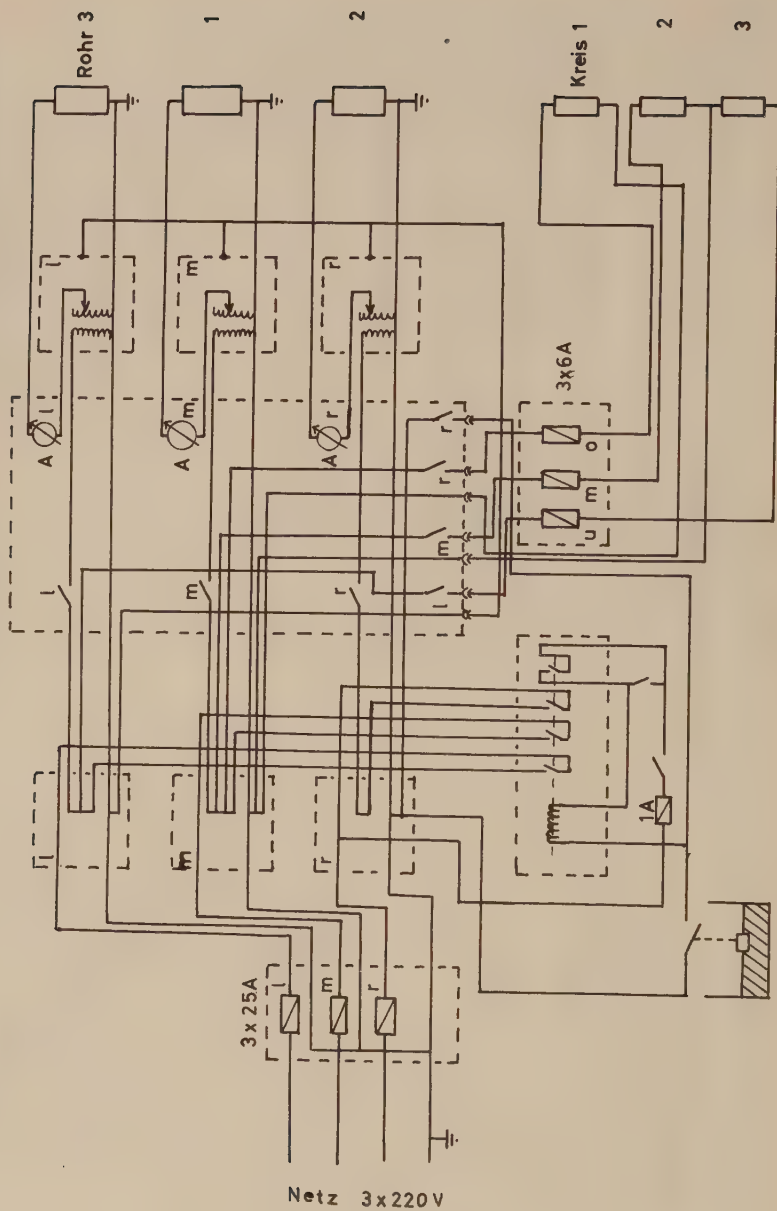


Abb. 6
Schaltplan

2. Beschreibung der Messungen

Der Zweck unserer Messungen ist es, unsere theoretischen Überlegungen nachzuprüfen bzw. in den Fällen, wo keine exakten theoretischen Aussagen möglich waren, experimentell aufzuzeigen, wie die Verhältnisse liegen. Wir wollen also darlegen, wie sich die Wirkungsgrade von Einzelrohren und von Rohren in der Staffel in Abhängigkeit von Druck und Entnahme verändern, wo die Maxima liegen und wie hoch sie sind, wie gut die Cohen'sche Bedingung mit einer Anlage wie der unsrigen erfüllt wird und was für Folgerungen daraus zu ziehen sind. Dazu müssen wir als Voraussetzung zuerst die parasitären Korrekturfaktoren unserer Anlage bestimmen. Dies ist an sich die Aufgabe von [7] gewesen. Es wurden aber noch Ergänzungs- und Nachmessungen vorgenommen, so daß hier nochmals alle vorgenommenen Messungen berichtet werden sollen, zumal dieselben Messungen auch zur Bestimmung des Wirkungsgrades verwendet werden können. Wir bringen zunächst eine kurze Zusammenfassung der Formeln, mit deren Hilfe aus den Ergebnissen der Messungen P_T und P_K berechnet werden können.

Bestimmung der Korrekturfaktoren

a. Aus Messungen an Einzelrohren

A. Bestimmung von P_T

Man erhält P direkt aus (2):

$$P_T = \tau_A^* \left(\frac{4}{15} \alpha \frac{\Delta T}{T} q \rho \frac{D}{\Delta x} \varphi \right)^{-1} \quad (71)$$

Man muß also dazu nur τ_A^* experimentell bestimmen, die anderen Größen sind bekannt.

Zur Messung von τ_A^* stehen 3 Methoden zur Verfügung:

1. Die Homogenisierungsmethode. Hierbei wird im nichtstationären Zustand gearbeitet. Bezüglich ihrer Theorie verweisen wir auf [14]. τ_A^* wird berechnet nach:

$$\tau_A^* \cdot \gamma_b = \rho V \cdot \frac{\bar{Y} - Y_b}{t} \quad (72)$$

Hierbei bedeutet $\bar{Y}$ die mittlere Konzentration im

Trennrohr mit dem Volumen V nach der Laufzeit t .

- Der Anfangstransport ist gleich dem Grenzwert des Transportes bei sehr großen Entnahmen, denn für $\sigma \rightarrow \infty$ gilt: $A \rightarrow \infty$, also $e^{-A} \rightarrow 0$. Setzt man dies in (13) ein, so erhält man:

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \tau = \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \gamma_b \tau_A^*$$

oder:

$$\tau_A^* = \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \frac{\tau}{\gamma_b} \quad (73)$$

Ein analoges Ergebnis erhält man auch bei Gültigkeit von (8) aus (16).

- τ_A^* kann auch bestimmt werden aus der Abnahme von Γ mit σ bei sehr kleinen σ (Näheres siehe [7]).

B. Bestimmung von P_K

Hierzu stehen 2 Methoden zur Verfügung:

- Bestimmung aus Messungen ohne Entnahme

Aus (7) mit (3) erhält man sofort:

$$P_K = \left(\frac{\tau_A^* \Delta z}{\rho q D} \cdot \frac{1}{\ln \Gamma_{\sigma=0}} - \chi \right) \cdot \frac{1}{o, 1 u^2 \psi} \quad (74)$$

Diese Formel wurde ohne jede Näherung abgeleitet und ist daher völlig exakt und bei beliebig großen γ verwendbar. Außerdem ist sie recht einfach. Man mißt also den Trennfaktor beim Betrieb ohne Entnahme – natürlich im stationären Zustand. Zweckmäßigerweise wird man dabei den Druck variieren, um mehrere Meßpunkte zu erhalten.

- Bestimmung aus Messungen mit Entnahme bei festem p .
Dazu löst man (19) nach P_K auf und erhält:

$$P_K = \left\{ \left[\frac{\tau_A^* \Delta z}{\rho q D} + s \right] \cdot \left[\ln \Gamma \cdot \left(1 - \frac{\tau}{\gamma_b \tau_A^*} \right)^{-1} - \chi \right] \right\} \cdot \frac{1}{o, 1 u^2 \psi} \quad (75)$$

Man hat also γ_b und γ_t (und damit τ und Γ) in Abhängigkeit von s zu messen. Statt $\frac{\gamma_t}{\gamma_b}$ wurde Γ geschrieben, was wie erwähnt bei kleinen s eine Verbesserung bringt und bei großen s keinen Unterschied macht.

b. Aus Messungen an der Staffel

Auch wenn wir die Staffel als ganzes betreiben, können wir P_T und P_K bestimmen.

1. Auch aus (12) erhält man durch Grenzwertbildung eine zu (73) analoge Formel, denn für $\sigma \rightarrow \infty$ gilt: $A_K \rightarrow \infty$; $e^{-A_K} \rightarrow 0$; $\sigma e^{-A_K} \rightarrow 0$. Damit geht man in (12) ein und erhält:

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \tau_K = \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \gamma_{kb} \tau_{AK}^*$$

oder:

$$\tau_{AK}^* = \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \frac{\tau_K}{\gamma_{kb}} \quad (76)$$

2. Formel (74) bleibt unverändert gültig (daraus P_K). Der Nachteil der Staffelmessungen ist jedoch, daß hier die experimentellen Ungenauigkeiten viel größer sind als bei den Messungen mit den Rohren allein.

Auch zu den drei anderen Methoden zur Bestimmung von P_T und P_K lassen sich analoge Verfahren finden. Diese sind aber wegen der Vielzahl der eingehenden Größen zu unpraktisch und ungenau.

Dagegen ist zu beachten, daß das letzte Rohr auch bei Staffelmessungen sich stets wie ein Einzelrohr verhält, wie auf S. 12 begründet wurde. Deshalb kann auch jetzt bei diesem Rohr P_K nach der für Einzelrohre gültigen Formel (75) berechnet werden.

Alles in allem haben wir nun folgende Messungen vorgenommen:

1. Homogenisierungsmessungen zur Bestimmung von P_T

Dazu wird ein Trennrohr allein ohne Entnahme bestimmte Zeit laufen gelassen und dann der Inhalt homogenisiert. Die mittlere Konzentration gegen die Laufzeit t aufgetragen liefert Gerade, solange t klein ist gegen die Einstellzeit, in der das Endgleichgewicht erreicht wird. Aus der Steigung der Geraden erhält man den Anfangstransport und daraus P_T . Bis das Trennrohr seine volle Betriebstemperatur erreicht hatte, ließen wir es mit sehr

großer Entnahme laufen, um keine Anreicherung zu erzielen. Die Laufzeit beginnt dann in dem Augenblick, in dem die Entnahme zugedreht wird. Ihr Endpunkt ist dadurch gegeben, daß wir die Verbindung zwischen Trennrohr und Vorratsbehälter absperreten. Wenn das Rohr abgekühlt war, wurde sein Inhalt mit Hilfe der Steigleitung eines Konvektionskreises durchgespült und so homogenisiert und hierauf aus Rohr und Vorratsbehälter je eine Probe entnommen.

Diese Messung wurde bei einem Druck von 1,35 at bei allen drei Rohren vorgenommen und zwar beim ersten Rohr bereits in [7], bei den beiden anderen dagegen erst jetzt, da dies den Umbau der Konvektionskreise zur Voraussetzung hatte.

2. Messung des Trennfaktors ohne Entnahme bei verschiedenen Drucken zur Bestimmung von P_K nach (74)

Bei diesen Messungen wie bei allen folgenden mußten wir natürlich warten, bis sich das Endgleichgewicht eingestellt hatte, was durch zusätzliche Konstanzmessungen nachgeprüft wurde. Die Rohre wurden teils allein, teils zu zweit hintereinander betrieben. Diese Messungen erfolgten alle bereits in [7], nur der Wert für das Rohr 3 bei $p = 0,78$ ist neu.

3. Transportmessungen bei einzelnen Rohren

Hierzu wird bei jedem Rohr die Konzentration am unteren Ende und die im Vorratsbehälter in Abhängigkeit von der Entnahme gemessen. Daraus können berechnet werden der Transport, der Trennfaktor und daraus die Trennleistung. Daraus erhält man τ_A^* nach (73) und P_K nach (75). Diese Messung wurde nur bei einem Druck bei allen drei Rohren durchgeführt, da bei den anderen Drucken P_K ja nach (74) bestimmt worden war und außerdem bei Messungen mit der ganzen Staffel der Druck variiert werden sollte, so daß wir dann nach (76) auch bei den anderen Drucken τ_{AK}^* bestimmen konnten sowie P_K bei Rohr 3 nach wie vor mit (75).

Diese Messungen waren an sich bei allen drei Rohren bereits vollständig in [7] durchgeführt worden. Danach erfolgte jedoch der Umbau der Konvektionskreise. Danach vorgenommene Stichproben ergaben bei großen Entnahmen etwas andere Werte von τ . Deswegen wurden die Kurventeile bei großen Entnahmen nachgemessen (bei allen drei Rohren). Wir erhielten größere Werte für den Transport und deswegen auch für die P_t . Die neuen Werte bei großen Entnahmen schließen sich jedoch sehr gut an die alten bei kleinen σ an. Die Streuung der so zusammengesetzten Kurven ist viel kleiner als die der früheren, so daß jetzt aus (75) brauchbare Werte von P_K gewonnen werden konnten, was früher nicht der Fall war. Wir führen diese Änderung darauf zurück, daß früher die großen Transporte durch die Konvektionskreise etwas behindert wurden.

Diese Messungen konnten auch zur Bestimmung des Wirkungsgrades einzelner Rohre verwendet werden, ebenso wie die unter der nächsten Nummer aufgeführten Transportmessungen an der Staffel beim dritten Rohr, da dieses sich ja auch dann so verhält, als ob es allein wäre. Deshalb waren für diesen Zweck keine eigenen Messungen erforderlich. Der Energieverbrauch der Rohre war als allererste Messung in [7] bestimmt worden.

4. Transportmessungen bei der Staffel

Diese Messungen sind alle neu und bilden den eigentlichen Inhalt dieser Arbeit. Dazu wurde analog zu Nr. 3 die Entnahme variiert, dabei die Staffel jedoch als ganzes mit hintereinandergeschalteten Rohren betrieben und gleichzeitig die Konzentration an den unteren Enden aller drei Rohre sowie die im Vorratsbehälter bestimmt. Aus diesen Messungen wurden Transport, Trennfaktor und Trennleistung der Rohre beim Betrieb in der Staffel ermittelt. Sie wurden bei mehreren Drucken durchgeführt, um die Abhängigkeit der optimalen Entnahme und des maximalen Wirkungsgrades vom Druck zu sehen.

3. Meßergebnisse

Es bedeutet:

T die Zeit, in der 100 ml Gas entnommen wurden, in sec

σ die Entnahme in $\text{g} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot 10^{-3}$

τ den Transport in $\text{g} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot 10^{-3}$

γ die Konzentration an O_2

p den Druck in at

t (bei Homogenisierungsmessungen) die Laufzeit in Stunden

Γ den Trennfaktor (dimensionslos)

s die Entnahmekenngröße (dimensionslos)

1. Homogenisierungsmessungen

t	$\gamma_b \cdot 10^2$	$\bar{\gamma} \cdot 10^2$	$\frac{\bar{\gamma} - \gamma_b}{\gamma_b}$	t	$\gamma_b \cdot 10^2$	$\bar{\gamma} \cdot 10^2$	$\frac{\bar{\gamma} - \gamma_b}{\gamma_b}$
<u>Rohr 1</u>				<u>Rohr 3</u>			
1	1,875	2,10	0,120	1	2,76	3,26	0,181
2	2,71	3,59	0,324	2	2,22	2,86	0,288
3	1,58	2,27	0,438	3	2,39	3,54	0,481
<u>Rohr 2</u>							
1	2,32	2,69	0,159				
2	2,29	3,07	0,340				
3	2,025	2,955	0,495				

Bei diesen Messungen war $p = 1,35$ at

2. Messungen ohne Entnahme

p	$\gamma_b \cdot 10^2$	$\gamma_t \cdot 10^2$	Γ	p	$\gamma_b \cdot 10^2$	$\gamma_t \cdot 10^2$	Γ
<u>Rohr 1</u>				<u>Rohr 3</u>			
0,75	2,60	48,5	35,4	0,78	1,47	21,2	18,05
1,05	1,39	8,35	6,45	1,05	10,3	38,7	5,50
1,35	1,71	6,27	3,85	1,35	9,14	24,95	3,30
1,45	1,30	4,21	3,33	1,45	1,48	3,67	2,54
"	1,30	4,00	3,17				
<u>Rohr 2</u>							
0,78	10,5	73,7	23,9				
1,05	2,0	10,3	5,63				
1,35	3,83	12,15	3,47				
"	2,82	9,14	3,47				
1,45	4,21	11,85	3,05				

3. Transportmessungen bei einzelnen Röhren

T	s	σ	$\gamma_b \cdot 10^2$	$\gamma_t \cdot 10^2$	τ/γ_b	Γ
<u>Rohr 1</u>						
∞	0,00	0,0000	1,71	6,27	0,000	3,85
7560	2,2	0,0148	1,69	5,75	0,035	3,55
2760	6,0	0,0405	1,65	5,13	0,087	3,23
1320	12,5	0,0847	1,63	4,63	0,156	2,93
1080	15,3	0,103	1,55	4,08	0,169	2,70
474	35	0,237	1,60	3,37	0,260	2,14
308	54	0,365	1,82	3,34	0,306	1,87
210	79	0,535	1,70	2,80	0,346	1,67
137	121	0,819	2,21	3,28	0,397	1,50
108	155	1,04	2,00	2,77	0,400	1,40
<u>Rohr 2</u>						
∞	0,00	0,0000	3,83	12,15	0,000	3,47
9150	3,85	0,0124	4,14	12,15	0,024	2,94
2040	17,3	0,0555	3,00	7,93	0,090	2,65
1080	32,6	0,104	2,21	4,98	0,130	2,26
660	53	0,170	2,22	4,40	0,167	2,03
406	86,5	0,276	2,29	3,88	0,192	1,73
308	111	0,354	2,53	3,96	0,199	1,58
221	160	0,510	2,70	3,76	0,201	1,41
162	216	0,690	0,90	1,15	0,192	1,28
<u>Rohr 3</u>						
∞	0,00	0,0000	9,14	24,95	0,000	3,30
41500	1,77	0,0028	8,14	25,0	0,005	3,76
16800	4,48	0,0069	7,66	22,3	0,013	3,41
9200	7,98	0,0126	8,39	22,8	0,022	3,22
3780	19,5	0,0304	4,97	13,3	0,0505	2,93
2350	31,4	0,0485	1,97	4,57	0,0640	2,38
1475	49,2	0,0760	1,94	3,94	0,0785	2,07
1020	71,0	0,110	2,01	3,71	0,0925	1,88
780	93,3	0,144	2,11	3,58	0,1005	1,73
534	136	0,210	2,48	3,73	0,1055	1,52
428	170	0,262	1,87	2,63	0,106	1,42
368	197	0,304	0,885	1,16	0,096	1,32

Bei diesen Messungen war $p = 1,35$ at.

4. Transportmessungen bei der Staffel

Die folgenden Tabellen sind stets in zwei Hälften geteilt. Die untere Hälfte ist dabei an die obere als Fortsetzung rechts angefügt zu denken. Um die Zusammengehörigkeit zu verdeutlichen, ist die Spalte mit den Werten von s in beiden Hälften aufgeführt.

$p = 1,05$

T	s_3	σ	$\gamma_{1b} \cdot 10^2$	$\gamma_{1t} \cdot 10^2$	$\gamma_{2t} \cdot 10^2$	$\gamma_{3t} \cdot 10^2$
49200	1,47	0,00232	0,929	2,53	10,7	39,45
17200	4,2	0,00669	0,875	2,36	9,66	35,4
9830	7,4	0,0116	1,06	2,26	6,63	23,8
4830	15,0	0,0236	1,18	2,21	4,56	14,6
3200	22,6	0,0353	0,812	1,405	2,65	7,15
1975	36,7	0,0572	1,333	2,18	3,48	7,27
s_3	τ_1 / γ_{1b}	τ_2 / γ_{2b}	τ_3 / γ_{3b}	Γ_1	Γ_2	Γ_3
1,47	0,0955	0,0238	0,0062	2,77	4,62	5,43
4,2	0,264	0,0937	0,0194	2,74	4,43	5,12
7,4	0,248	0,1105	0,0300	2,16	3,07	4,40
15,0	0,268	0,1325	0,0538	1,895	2,12	3,58
22,6	0,275	0,144	0,060	1,74	1,91	2,83
36,7	0,2545	0,1335	0,0623	1,65	1,62	2,18

$p = 1,15$

T	s_3	σ	$\gamma_{1b} \cdot 10^2$	$\gamma_{1t} \cdot 10^2$	$\gamma_{2t} \cdot 10^2$	$\gamma_{3t} \cdot 10^2$
25900	2,80	0,00440	0,653	1,80	5,92	20,8
11900	6,10	0,00957	1,085	2,18	6,72	22,4
6100	11,9	0,0187	1,19	1,99	4,98	15,5
3300	22,0	0,0344	1,137	2,02	3,90	9,95
2550	28,4	0,0443	1,135	1,855	3,25	8,30
1730	42,0	0,0650	0,866	1,420	2,175	4,63
1090	66,5	0,103	0,946	1,455	2,145	3,66
800	90,5	0,140	1,06	1,455	2,01	3,24
s_3	τ_1 / γ_{1b}	τ_2 / γ_{2b}	τ_3 / γ_{3b}	Γ_1	Γ_2	Γ_3
2,80	0,136	0,0464	0,01105	2,79	3,44	4,18
6,10	0,188	0,0886	0,02235	2,03	3,24	4,00
11,9	0,225	0,127	0,0394	1,69	2,58	3,50
22,0	0,267	0,135	0,0533	1,79	1,97	2,72
28,4	0,280	0,154	0,0689	1,64	1,78	2,695
42,0	0,283	0,147	0,0735	1,65	1,55	2,19
66,5	0,295	0,156	0,0725	1,545	1,485	1,73
90,5	0,289	0,172	0,0857	1,375	1,39	1,63

p = 1,25

T	s ₃	σ	γ _{1b} ·10 ²	γ _{1t} ·10 ²	γ _{2t} ·10 ²	γ _{3t} ·10 ²
∞	0,00	0,0000	1,295	3,88	13,8	37,0
20700	3,50	0,0055	0,836	2,17	6,95	20,4
11500	6,30	0,0100	1,33	3,34	9,76	26,8
7000	10,35	0,0163	1,495	3,02	7,52	20,50
3570	20,3	0,0314	1,19	1,895	4,00	10,1
2140	33,9	0,0524	0,93	1,44	2,59	5,72
1630	44,5	0,0687	0,93	1,48	2,37	4,93
1000	72,5	0,112	0,781	1,155	1,715	3,05
650	112	0,173	0,71	1,07	1,48	2,22
430	169	0,260	0,793	1,05	1,295	1,785
s ₃	τ ₁ / γ _{1b}	τ ₂ / γ _{2b}	τ ₃ / γ _{3b}	Γ ₁	Γ ₂	Γ ₃
0,00	0,000	0,000	0,000	3,08	3,97	3,68
3,50	0,129	0,0462	0,0165	2,64	3,36	3,47
6,30	0,192	0,0703	0,0175	2,56	3,13	3,46
10,35	0,207	0,0943	0,0281	2,06	2,62	3,17
20,3	0,235	0,136	0,0479	1,605	2,16	2,70
33,9	0,273	0,156	0,0634	1,56	1,82	2,28
44,5	0,296	0,160	0,0742	1,60	1,62	2,14
72,5	0,326	0,184	0,0883	1,485	1,48	1,81
112	0,368	0,185	0,0841	1,51	1,385	1,51
169	0,325	0,182	0,0982	1,325	1,235	1,38

$p = 1,35$

T	s_3	σ	$\gamma_{1b} \cdot 10^2$	$\gamma_{1t} \cdot 10^2$	$\gamma_{2t} \cdot 10^2$	$\gamma_{3t} \cdot 10^2$
∞	0,00	0,0000	0,97	2,91	9,50	26,45
23500	3,15	0,00493	1,37	2,86	7,95	21,2
10950	6,6	0,01005	1,29	2,50	5,95	15,3
5190	14,3	0,0222	0,919	1,64	3,78	9,47
3470	21,1	0,0328	0,970	1,74	3,60	8,71
2740	26,7	0,0415	1,09	1,71	3,27	7,28
1645	44,2	0,0685	1,15	1,74	2,82	5,73
1178	61,6	0,0955	1,36	2,04	3,09	5,58
890	81,4	0,126	1,02	1,41	1,98	3,53
904	80,1	0,124	0,915	1,28	1,88	3,27
688	105,5	0,163	1,12	1,48	2,09	3,30
580	125	0,193	1,53	2,09	2,72	4,24
552	131	0,203	1,42	1,81	2,45	3,67
450	161	0,249	1,615	2,115	2,83	3,965
398	182	0,281	1,63	1,27	1,61	2,18
s_3	τ_1 / γ_{1b}	τ_2 / γ_{2b}	τ_3 / γ_{3b}	Γ_1	Γ_2	Γ_3
0,00	0,000	0,000	0,000	3,06	3,50	3,43
3,15	0,0697	0,0326	0,0082	2,12	2,94	3,12
6,6	0,115	0,0542	0,0167	1,96	2,46	2,86
14,3	0,207	0,106	0,0335	1,80	2,33	2,66
21,1	0,262	0,131	0,0465	1,81	2,11	2,56
26,7	0,235	0,135	0,0501	1,58	1,95	2,33
44,2	0,273	0,157	0,0725	1,52	1,64	2,10
61,6	0,297	0,166	0,077	1,51	1,53	1,86
81,4	0,310	0,189	0,0985	1,39	1,41	1,82
80,1	0,319	0,193	0,092	1,40	1,48	1,77
105,5	0,317	0,200	0,094	1,32	1,42	1,60
125	0,342	0,199	0,108	1,37	1,31	1,59
131	0,322	0,209	0,101	1,28	1,36	1,52
161	0,363	0,218	0,100	1,31	1,36	1,40
182	0,313	0,261	0,0955	1,19	1,27	1,36

$p = 1,45$

T	s_3	σ	$\gamma_{1b} \cdot 10^2$	$\gamma_{1t} \cdot 10^2$	$\gamma_{2t} \cdot 10^2$	$\gamma_{3t} \cdot 10^2$
21200	3,45	0,00535	1,085	2,61	6,25	14,18
9700	7,5	0,01165	1,155	2,38	5,33	11,8
5300	14,0	0,0213	1,33	2,60	5,55	12,25
3260	22,5	0,0347	1,305	2,46	4,68	9,62
1950	37,5	0,0580	1,53	2,42	4,27	8,70
1435	50,5	0,0788	1,53	2,30	3,73	7,05
1120	64,5	0,100	1,575	2,29	3,46	6,21
1090	66,0	0,1025	1,365	2,035	3,075	5,60
773	93,5	0,145	1,78	2,53	3,64	5,94
583	124	0,192	1,90	2,64	3,53	5,29
505	143	0,221	1,59	2,06	2,82	4,20
490	147,5	0,228	1,39	1,83	2,35	3,54
400	180	0,280	2,00	2,64	3,44	4,75
310	234	0,361	2,075	2,73	3,38	4,59
306	237	0,365	1,245	1,75	2,13	2,81
256	283	0,437	1,62	2,07	2,52	3,21
s_3	τ_1 / γ_{1b}	τ_2 / γ_{2b}	τ_3 / γ_{3b}	Γ_1	Γ_2	Γ_3
3,45	0,0645	0,0237	0,0068	2,44	2,50	2,48
7,5	0,109	0,0472	0,0145	2,07	2,32	2,38
14,0	0,175	0,0790	0,0254	1,98	2,20	2,37
22,5	0,221	0,101	0,0366	1,91	1,945	2,17
37,5	0,272	0,151	0,0603	1,60	1,80	2,14
50,5	0,285	0,165	0,0702	1,52	1,65	1,96
64,5	0,294	0,171	0,0765	1,46	1,53	1,85
66,0	0,318	0,181	0,0842	1,50	1,53	1,88
93,5	0,339	0,195	0,0916	1,43	1,46	1,67
124	0,343	0,193	0,0958	1,40	1,35	1,53
143	0,363	0,228	0,108	1,30	1,39	1,51
147,5	0,354	0,217	0,115	1,33	1,29	1,525
180	0,385	0,224	0,1065	1,33	1,31	1,40
234	0,438	0,246	0,129	1,32	1,25	1,38
237	0,458	0,221	0,1145	1,41	1,22	1,32
283	0,429	0,241	0,120	1,28	1,22	1,28

D. Auswertung

1. Allgemeine Bemerkungen

Allgemeine Zahlenwerte, Abmessungen und Fehlerabschätzung siehe [7]. Für die Thermodiffusionskonstante wurde ein aus Angaben von Waldmann in [15] extrapolierter Wert verwendet ($\alpha = 0,020$). Da dieser Wert etwas unsicher sein dürfte, besonders wegen seiner Temperaturabhängigkeit, sind auch die Werte von P_T mit dieser Unsicherheit behaftet.

Die Ausgangskonzentration konnte nicht konstant gehalten werden, da durch den Transport der Trennrohre bevorzugt O_2 entnommen wurde und so auch das nachgefüllte Gasgemisch eine andere Zusammensetzung hatte als das in der Anlage befindliche. Deshalb ist in allen Abbildungen nicht der zu γ_b proportionale Transport, sondern die davon unabhängige Größe $\frac{I}{\gamma_b}$ aufgetragen.

Die verwendeten Gase brauchten nicht gereinigt zu werden, da dies im Trennrohr von selbst erfolgte, da die schwereren Verunreinigungen (A , CO_2) an das Ende der Anlage transportiert wurden. Bei den Messungen mit Entnahme wurden sie dann durch diese von selbst entfernt, bei den anderen ließen wir die Trennrohre einige Zeit laufen und pumpten dann das letzte Rohr ein- bis mehrere Male leer. Den Zusammenhang zwischen p und u erhalten wir aus (4):

p [at]	1,45	1,35	1,25	1,15	1,05	0,78	0,75
u	19,2	17,1	14,9	12,5	10,4	5,8	5,7

Die Werte der $\frac{I_{A,k}^*}{P_{T,k}}$ wurden bei $u = 17,1$ mittels (2) berechnet:

$$\frac{I_{A1}^*}{P_{T1}} = 0,402 \quad \frac{I_{A2}^*}{P_{T2}} = 0,208 \quad \frac{I_{A3}^*}{P_{T3}} = 0,107 \quad \cdot 10^{-3} \text{ g} \cdot \text{sec}^{-1}$$

Die Werte für die anderen u folgen sofort aus diesen Werten, da I_A^* proportional zu u ist.

Es wurde stets angenommen, daß die Näherung $\gamma(1-\gamma) = \gamma$ erfüllt sei, bzw. Γ_K statt $\frac{\gamma_K}{\gamma_b}$ verwendet, so daß die For-

meln auch bei größeren Werten von γ noch brauchbar sind. Neben den Werten der Entnahme σ haben wir stets auch deren Kenngröße s angegeben und in den Abbildungen diese als Abszisse verwendet. Bei den alten Messungen wurde dabei s nachträglich berechnet. Es ist bei den Messungen an den Einzelrohren stets dasjenige s angegeben, das sich auf das jeweilige Rohr bezieht (da q nach (17) in s eingeht, erhält man bei gleichem σ bei verschiedenen Rohren andere s). Bei den Staffelmessungen dagegen wurde, um bei einem σ , das ja für alle Rohre der Staffel gleich ist, gleiche Abszissenwerte für alle Rohre der Staffel zu haben, für die Kurven aller drei Rohre s_3 , d.h. dasjenige s , das bei der jeweiligen Entnahme für das letzte Rohr gilt, verwendet. Dies ist am sinnvollsten deswegen, da das dritte Rohr sich so verhält, als ob es allein wäre, so daß man die Kurven dann für die Berechnung von P_{K3} verwenden kann, ohne die Werte von s umrechnen zu müssen. Für die Umrechnung der s gelten folgende Beziehungen:

$$s_1 = s_3 \cdot 0,229; \quad s_2 = s_3 \cdot 0,483$$

Schließlich wurden sowohl die Homogenisiermessungen als auch die Messungen mit $\sigma = 0$ nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgewertet, während früher in [7] nur graphisch gemittelt worden war.

Die Meßergebnisse der Homogenisiermessungen und der Transportmessungen sowohl an Einzelrohren als auch an der Staffel sind in den Abbildungen 7 bis 25 graphisch dargestellt und zwar wurde aufgetragen $\frac{\bar{Y}-Y_b}{Y_b}$ gegen die Laufzeit t bzw. Transport und Trennfaktor gegen die Entnahmekenngröße s . Aus den Messungen ohne Entnahme wollen wir später gleich P_K berechnen und erst dieses graphisch gegen u auftragen.

$\bar{\gamma}(t)$
 $p=1,35$

Abb. 7
Rohr 1

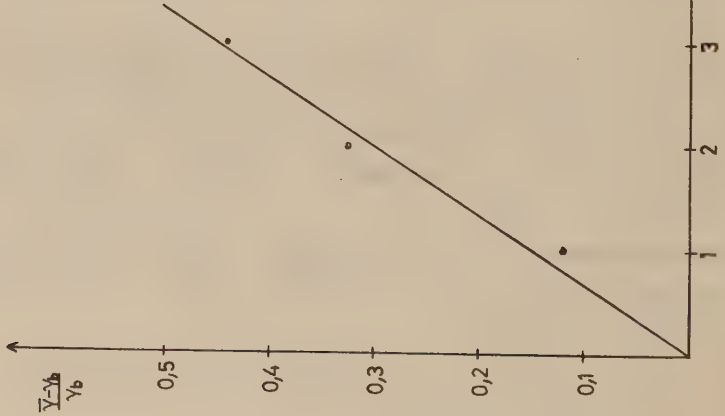


Abb. 8
Rohr 2

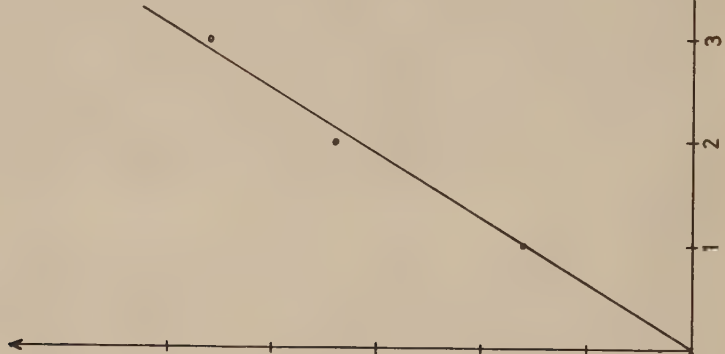
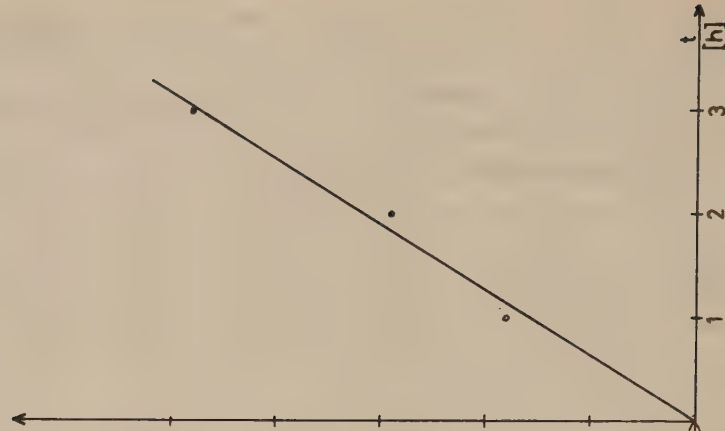
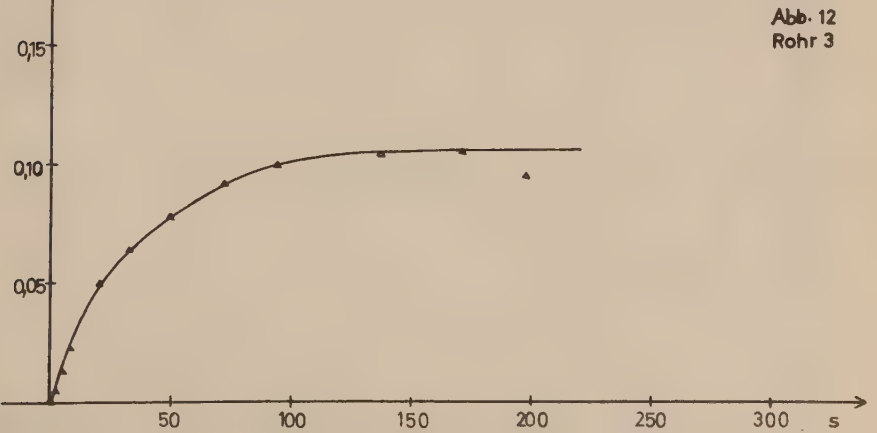
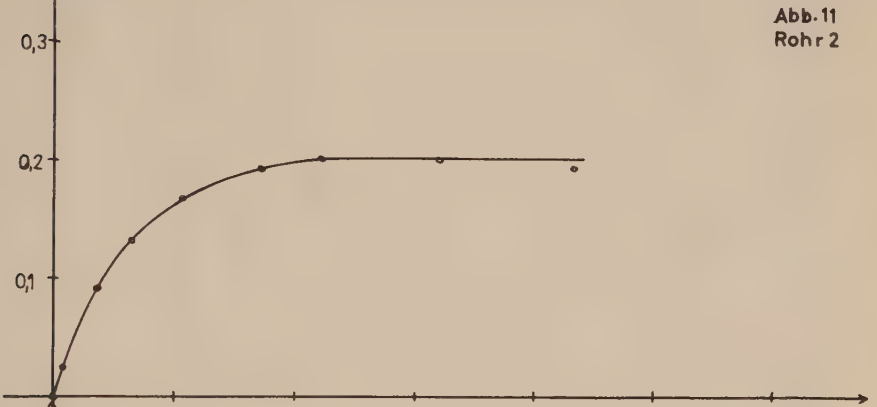
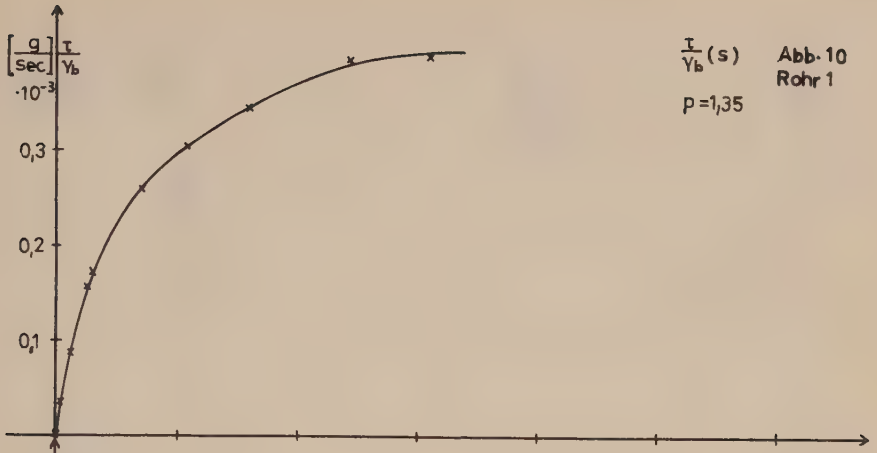
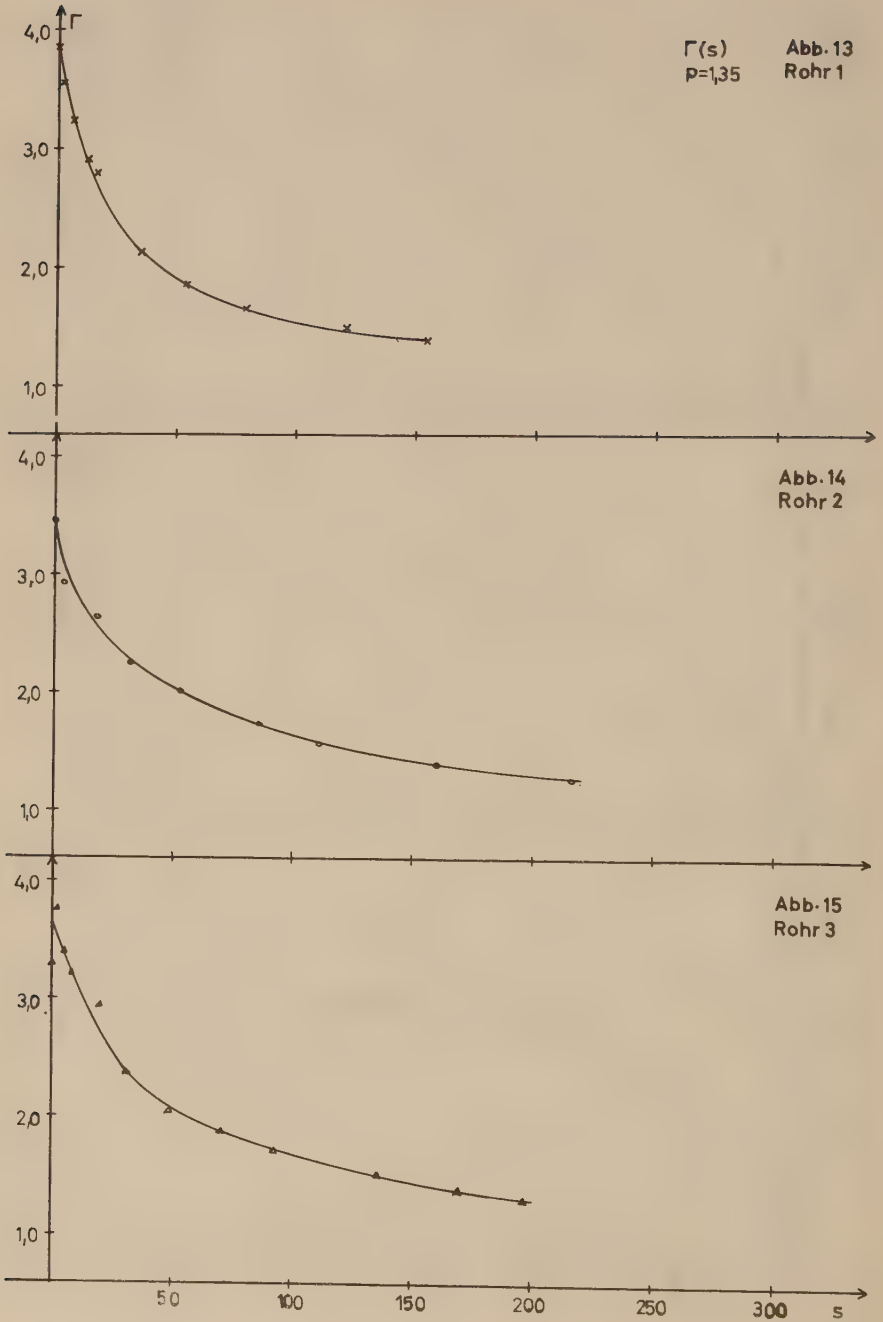
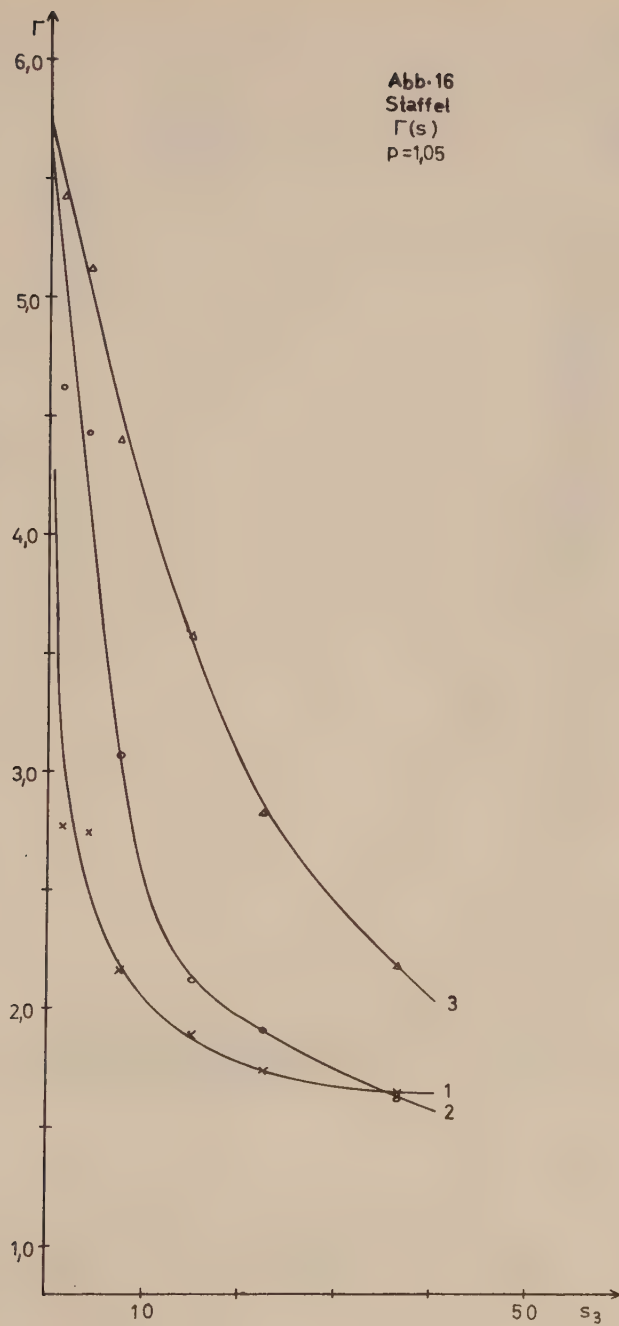


Abb. 9
Rohr 3









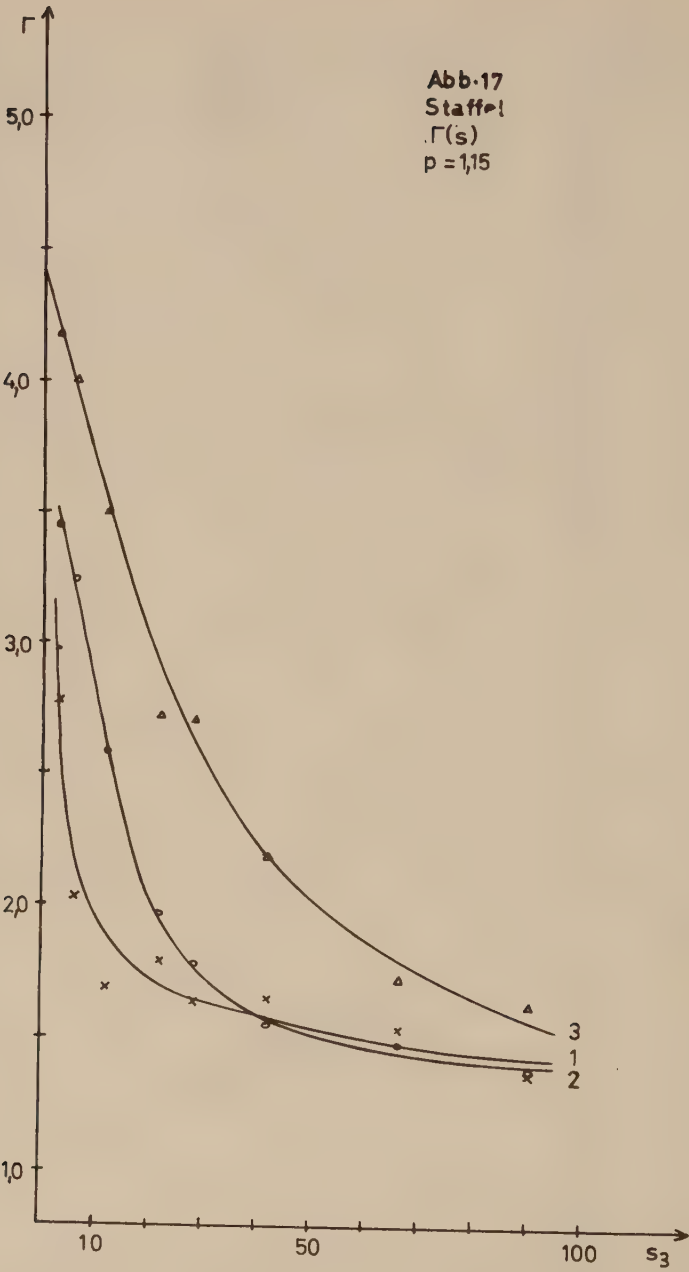


Abb. 18
Staffel
 $\Gamma(s)$
 $p = 1,25$

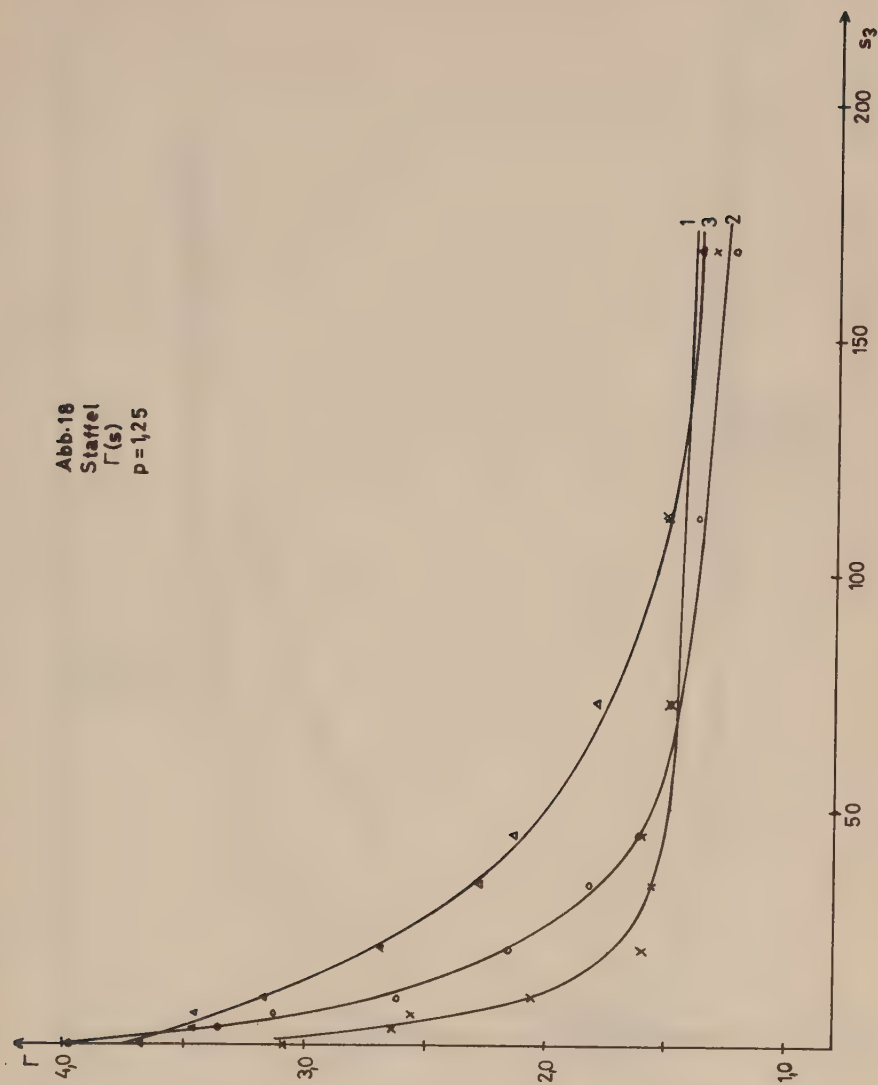


Abb. 19
 Staffel
 $\Gamma(s)$
 $p = 1,35$

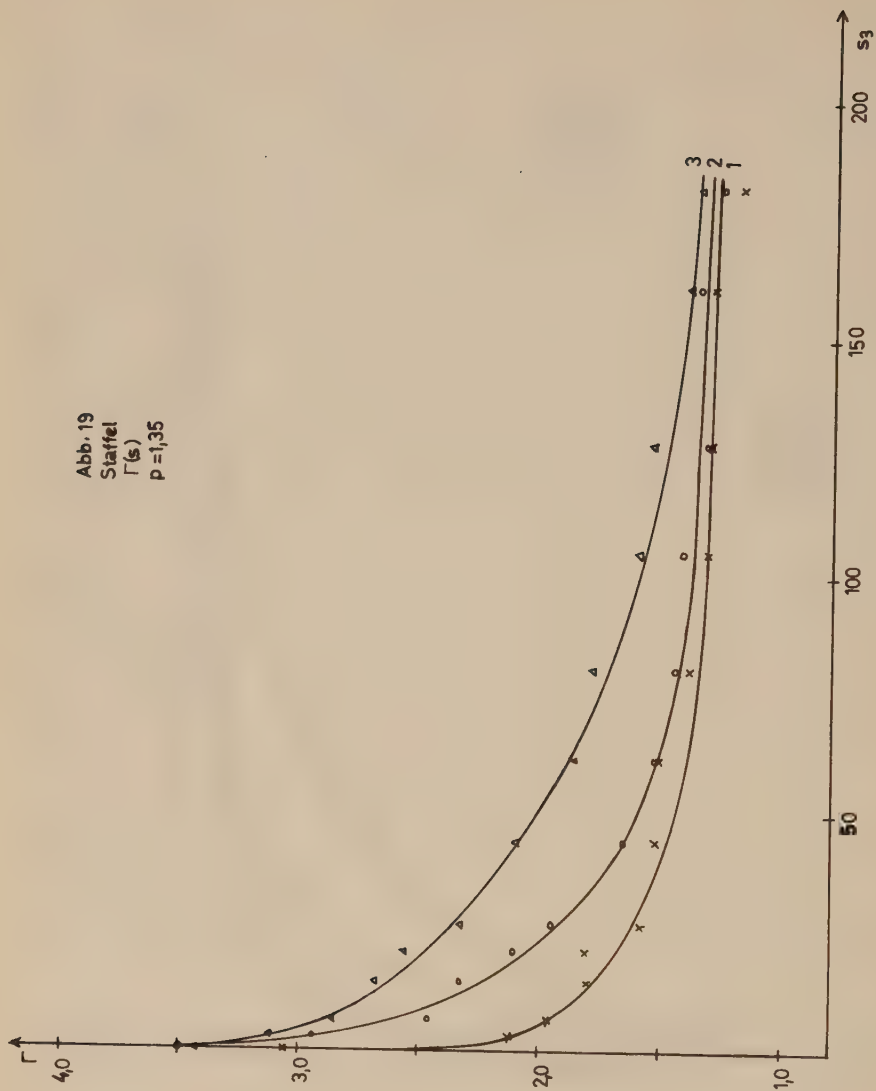
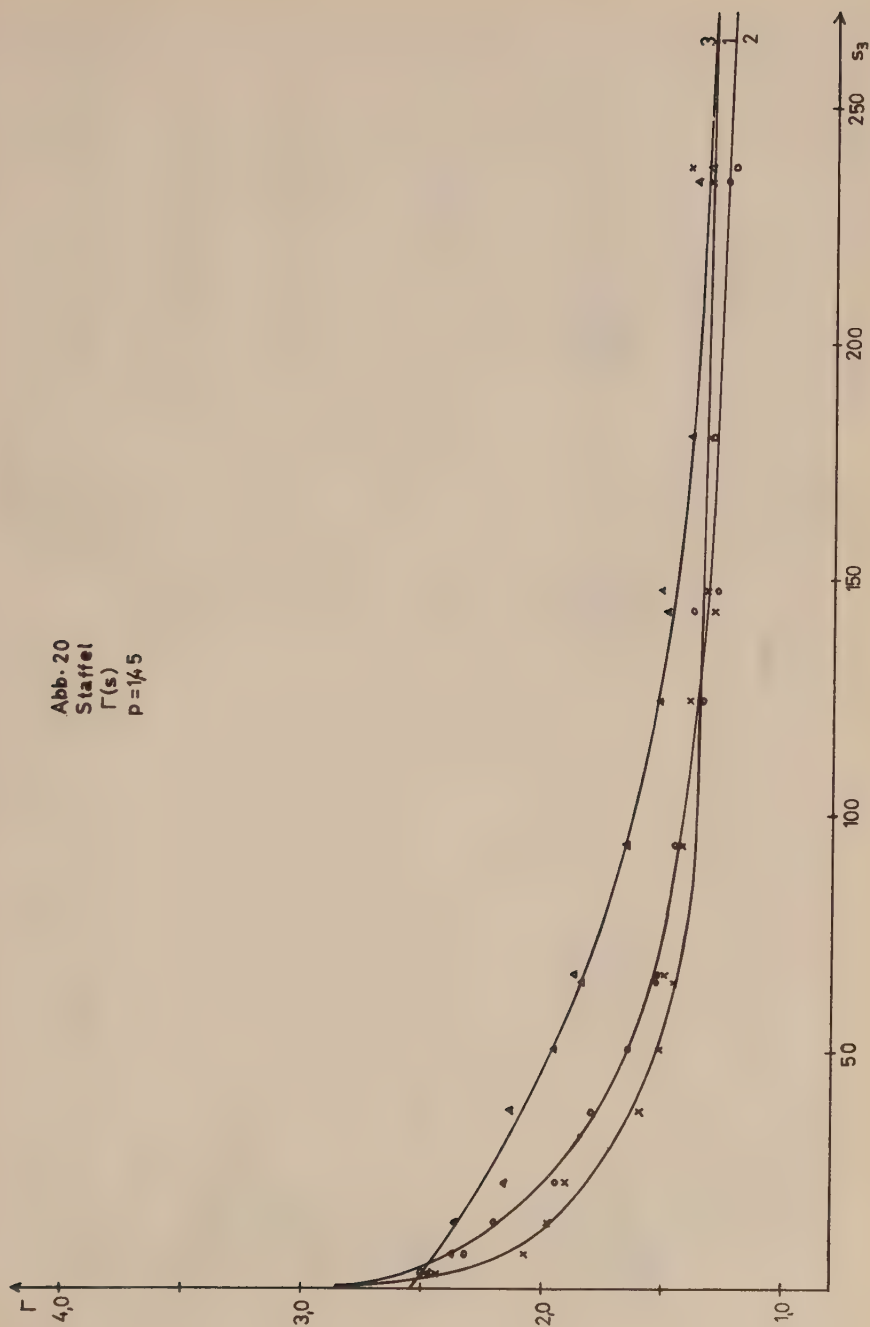


Abb. 20
 Staffel
 $\Gamma(s)$
 $p=1/5$



Staffel

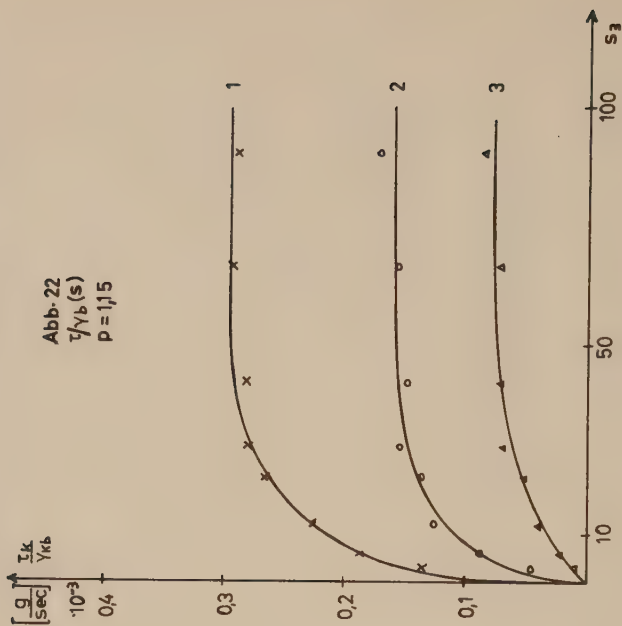
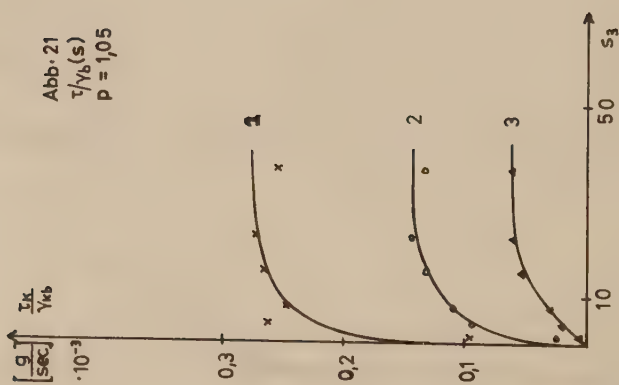


Abb- 23
Staffel
 $\tau/\gamma_b(s)$
 $p=1,25$

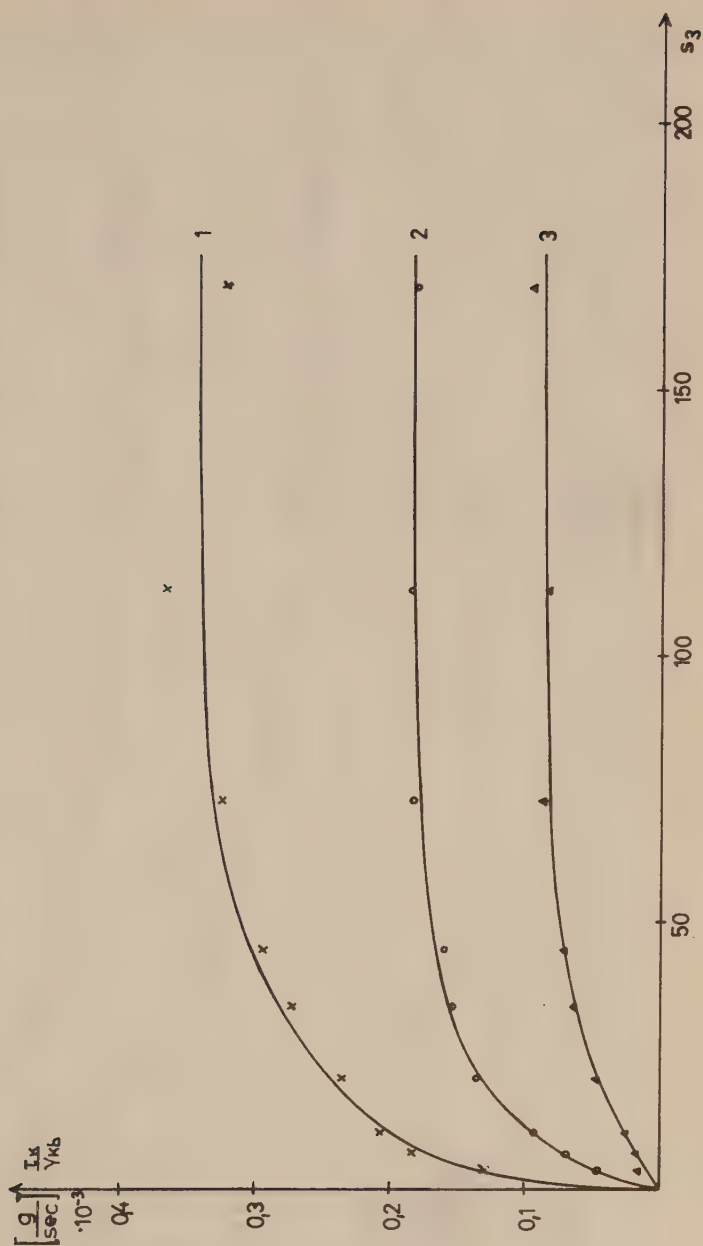
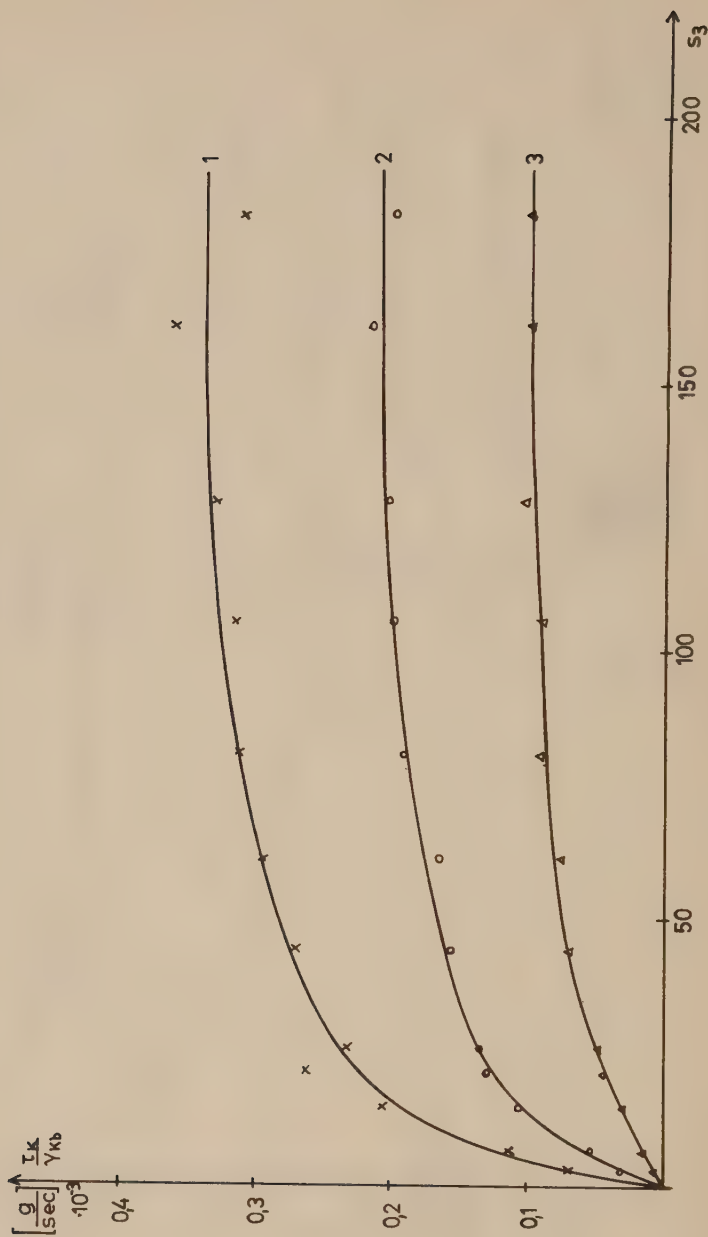
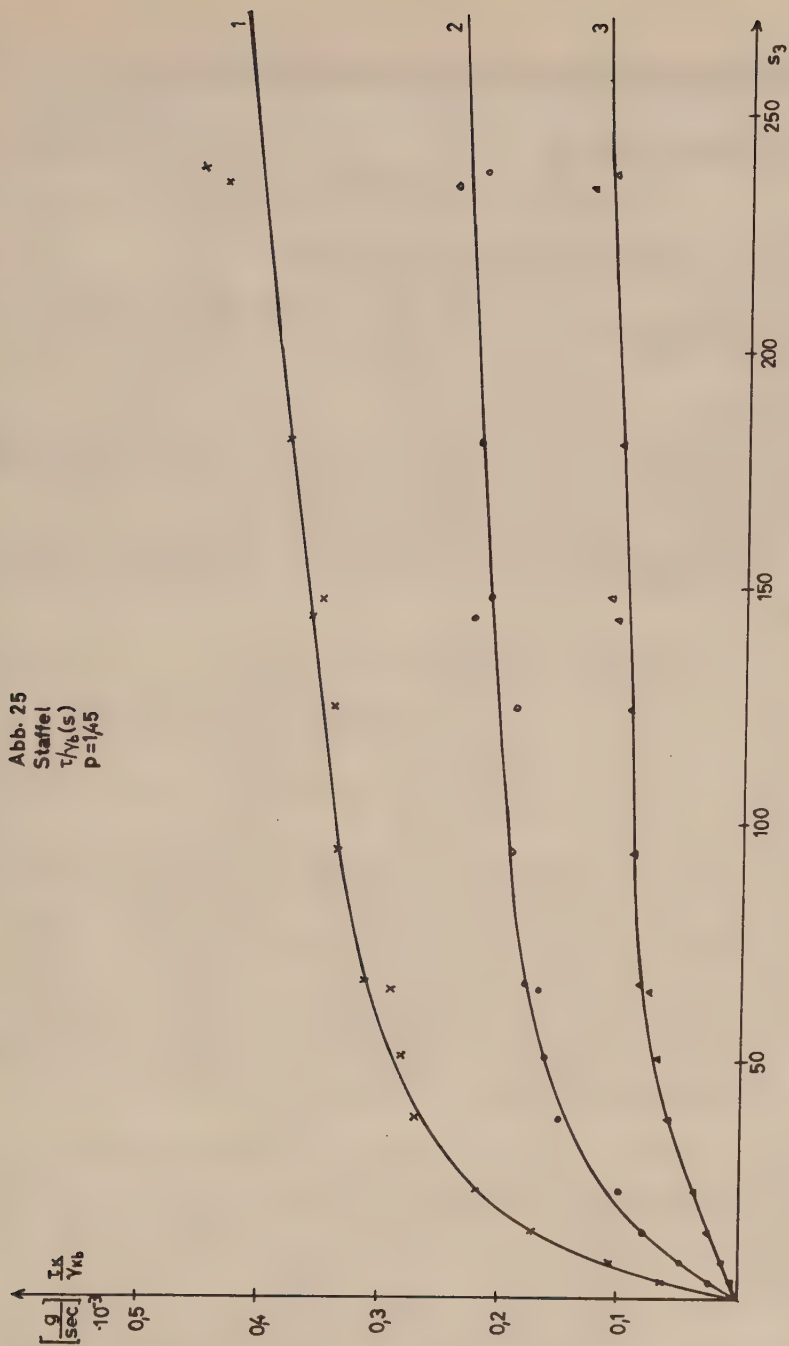


Abb. 24
Staffel
 $\tau/\gamma_b(s)$
 $p = 1,35$





2. Bestimmung der parasitären Korrekturfaktoren

a. Bestimmung von P_τ

Rohr 1

Messungen mit Rohr 1 allein, $p = 1,35$

Meßmethode	$\tau_A^* \cdot 10^3$	daraus P_τ nach (71)
Homogenisieren	0,425	1,06
$\tau_A^* = \lim t/\gamma_b$	0,408	1,02
Mittelwert	0,417	1,04

Beim Druck von 1,35 at stimmen also die auf verschiedene Weisen gewonnenen Werte sehr gut überein, P_τ ist, wie die Theorie in [6] es verlangt, etwas größer als 1,00. Aus den Staffelmessungen erhalten wir nach (76) folgende Werte:

u	$\tau_A^*(\text{exp.})$	$\frac{\tau_A^*}{P_\tau}(\text{theor.})$	P_τ
19,2	0,420	0,451	(0,93)
17,1	0,340	0,402	(0,845)
14,9	0,344	0,350	0,983
12,5	0,296	0,294	1,005
10,4	0,278	0,2445	(1,14)

Die aus den Staffelmessungen gewonnenen Werte schwanken also sehr stark und lassen sich kaum verwenden. Die Ursache dürfte sein, daß hier die folgenden Rohre mitwirken und deshalb die Fehler dreifach eingehen. Dies wird bestätigt dadurch, daß bei den anderen Rohren, die weiter am Ende der Staffel sind, die Staffelmessungen durchaus brauchbare Werte für P_τ liefern.

Rohr 2

Messungen mit Rohr 2 allein, $p = 1,35$

$\tau_A^*(\text{homog.}) = 0,216$	$P_\tau = 1,04$
$\lim t/\gamma_b = 0,202$	$P_\tau = 0,97$
$\tau_A^* = 0,209$	$P_\tau = 1,005$

Es gilt das gleiche wie beim 1. Rohr: Recht gute Über-

einstimmung der verschiedenen P_T . Dagegen ist P_T jetzt etwas kleiner.

Staffelmessungen:

u	$\tau_A^*(\text{exp.})$	$\frac{I_A^*}{P_T}(\text{theor.})$	P_T
19,2	0,240	0,234	1,025
17,1	0,210	0,208	1,01
14,9	0,186	0,181	1,03
12,5	0,160	0,152	1,05
10,4	0,144	0,1265	(1,14)
			$\overline{P_T} = 1,03$

Der letzte Meßwert bei $u = 10,4$ dürfte unbrauchbar sein. Wenn wir ihn also weglassen, erhalten wir als Mittelwert $P_T = 1,03$. Der aus den Staffelmessungen bei verschiedenen Drucken gewonnene Wert von P_T ist also dem früheren sehr gut gleich.

Rohr 3

Messungen mit Rohr 3 allein, $p = 1,35$

$\tau_A^*(\text{homog.}) = 0,104$	$P_T = 0,97$
$\lim \tau/\gamma_b = 0,106$	$P_T = 0,99$
$\overline{\tau_A^*} = 0,105$	$\overline{P_T} = 0,98$

Staffelmessungen:

u	$\tau_A^*(\text{exp.})$	$\frac{I_A^*}{P_T}(\text{theor.})$	P_T
19,2	0,120	0,120	1,000
17,1	0,100	0,107	0,933
14,9	0,088	0,0931	0,945
12,5	0,078	0,0782	0,998
10,4	0,062	0,0650	0,955
			$\overline{P_T} = 0,965$

Die Übereinstimmung ist wieder sehr gut, jedoch kommt in beiden Fällen ein Wert von P_T heraus, der etwas kleiner als 1,00 ist.

Zusammenfassung:

Die verschiedenen Messungen an einzelnen Rohren liefern recht gut übereinstimmende Werte von P_T . Die Werte von τ_{AK}^* aus den Staffelmessungen sind in Abb. 26 aufgetragen. Beim 2. und 3. Rohr liegen sie recht gut auf einer Geraden, wie dies durch (2) gefordert wird. In diesen Fällen ist auch der daraus gewonnene Wert von P_T sehr genau gleich dem Wert aus den Messungen an den Einzelrohren. Dagegen streuen die Werte beim ersten Rohr stark. Daraus kann man schließen: Auch bei der Staffel ist eine Bestimmung von P_T möglich, jedoch nur bei den Rohren, die nicht zu weit vom Ende entfernt sind. P_T ist insgesamt recht genau bestimmbar (Fehler $\pm 2\%$), abgesehen von der erwähnten Unsicherheit von α .

Als Bestwerte für P_T erhalten wir:

Rohr Nr.	1	2	3
P_T	1,04	1,02	0,97

Diese Werte sind etwas höher als die in [7] angegebenen. Es scheint, daß P_T systematisch kleiner wird, wenn die Rohre enger werden. Werte von $P_T < 1$ widersprechen eigentlich der Theorie. Beides kann aber dadurch erklärt werden, daß die Temperaturverteilung immer mehr von der idealen linearen abweicht, je stärker die Rohre gekrümmt sind, so daß die mittlere Temperatur, die in (71) eingeht (und damit auch α) immer unsicherer werden und vielleicht etwas anders hätten gewählt werden müssen.

b. Bestimmung von P_K

1. Methode

Hier wird P_K aus den Transportmessungen an einzelnen Rohren nach (75) bestimmt (nur bei einem Druck - $p=1,35$ - durchgeführt).

Aus jedem Meßpunkt (d.h. für jedes s) kann ein Wert für

P_K berechnet werden. Diese sind in den Abb. 27 - 29 aufgetragen. Dabei haben wir jedoch aus Bequemlichkeitsgründen als Ordinate $P_K \cdot 0,1u^2\psi + \chi$ verwendet. Dies wurde gemittelt und daraus P_K errechnet. Für τ_{AK}^* haben wir den aus derselben Meßreihe gewonnenen Wert von τ für $\sigma \rightarrow \infty$ verwendet, außer beim 2. Rohr, wo dieser Wert zu Werten von P_K führte, die bei großen s stark abnehmen, anstatt konstant zu sein. Dies ist ein Zeichen dafür, daß τ_A^* nicht richtig gewählt wurde. Deshalb verwendeten wir hier den aus Entnahme- und Homogenisierungsmessung gemittelten Wert von τ^* . Unter diesen Umständen sind die Meßwerte zur Bestimmung von P_K verwendbar bis $s = 160$ (Rohr 1), $s = 110$ (Rohr 2) und bis $s = 70$ (Rohr 3), d.h. nicht ganz bis dahin, wo τ sich asymptotisch an τ_A^* anschmiegt. Als Ergebnis erhalten wir:

Rohr Nr.	1	2	3
P_K	1,50	1,44	1,22

2. Methode

Aus dem Trennfaktor ohne Entnahme erhalten wir P_K nach (74). Hierbei verwendeten wir für τ_A^* stets $\overline{\tau_A^*}$. Das Ergebnis ist in den Abb. 30 - 32 aufgetragen. Jetzt haben wir als Ordinate auch P_K selbst verwendet. Als Mittelwerte erhalten wir:

Rohr Nr.	1	2	3
P_K	1,46	1,53	1,41

3. Aus Staffelmessungen können wir nach (75) P_K bei Rohr 3 berechnen. Dies geschah bei 5 Drucken, für τ_{A3}^* wurde stets $\lim \tau / \gamma_b$ verwendet. Es zeigte sich, daß die Meßreihen bei niedrigeren Drucken zu schlechteren Ergebnissen und weniger brauchbaren Punkten führten als die anderen. Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle wiedergegeben.

P_{K3} bei verschiedenen Drucken

p	1,45	1,35	1,25	1,15	1,05
P_K	1,52	1,26	1,31	1,62	1,35
$\frac{P_K^2}{P_K}$	0,66	0,69	0,68	0,615	0,675

$$\overline{P_K} = 1,41$$

Zusammenfassend können wir sagen, daß die Werte von P_K sowohl innerhalb einer Meßreihe als auch bei den verschiedenen Meßmethoden viel stärker streuen und also unsicherer sind als die von P_T . Der Fehler kann jetzt bis zu 5 - 10% betragen. Die Ursache hierfür dürfte weniger bei Meßfehlern liegen als darin, daß P_K wirklich nicht konstant ist, sondern daß sich die Abweichungen von der Idealform und damit auch die parasitären Ströme eines Trennrohrs dauernd ändern. Einmal bestimmte Werte von P_K brauchen also nicht für alle Zeiten richtig zu sein, so daß auch nach einer Messung von P_K keine absolut zuverlässige Vorausberechnung der Trennung in einem Trennrohr möglich sein wird.

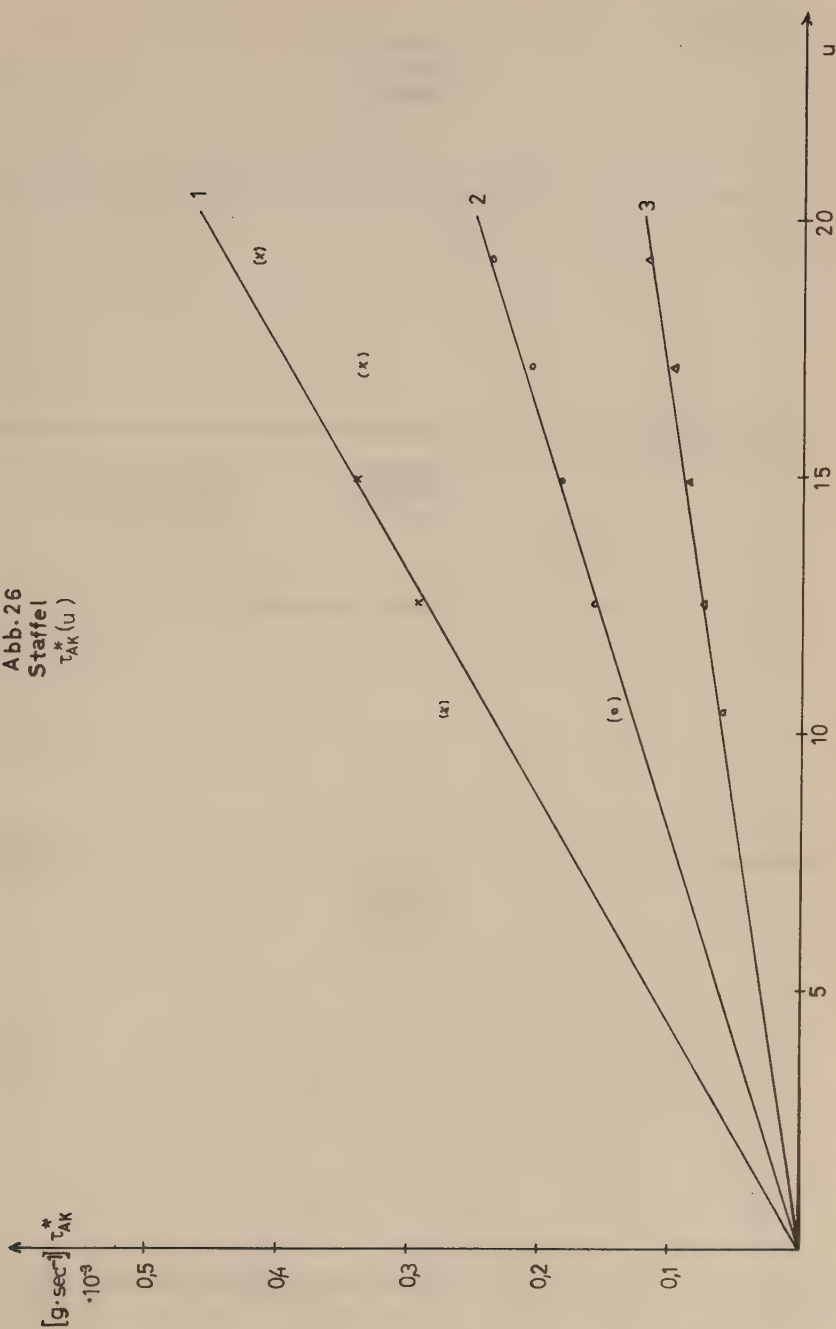
Als Bestwerte für P_K (aus allen jeweils verwendeten Methoden gemittelt) erhalten wir:

Rohr Nr.	1	2	3
P_K	1,48	1,48	1,41

Diese Werte sind etwas anders als die in [7] angegebenen. Die Ursache liegt sowohl in der Tatsache, daß die Werte der P_T jetzt etwas größer angenommen wurden, als auch in der erwähnten Veränderlichkeit der P_K .

Insgesamt stehen aber unsere Ergebnisse - sowohl bezüglich P_T als auch bezüglich P_K - in vollem Einklang mit der Theorie der parasitären Ströme in [6] und den Messungen von Bürkholz in [9]. Allerdings liegen unsere P_K -Werte meist etwas niedriger als die dort angegebenen, ein Zeichen, daß unsere Anlage mechanisch besser gebaut ist. Die Unsicherheit der Werte von P_K wurde auch dort erwähnt.

Abb. 26
Staffel
 $\tau_{AK}^*(u)$



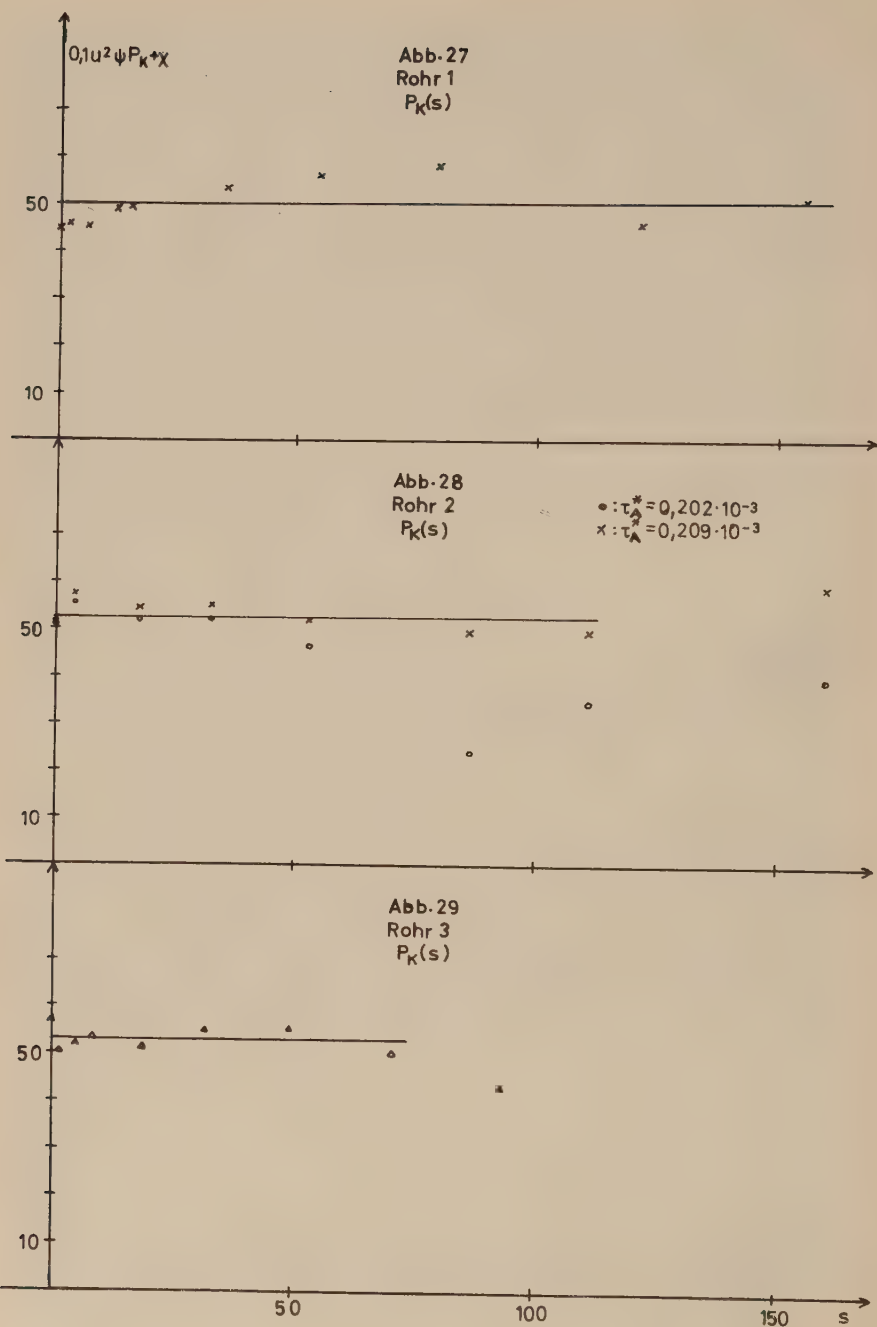


Abb. 30

Rohr 1

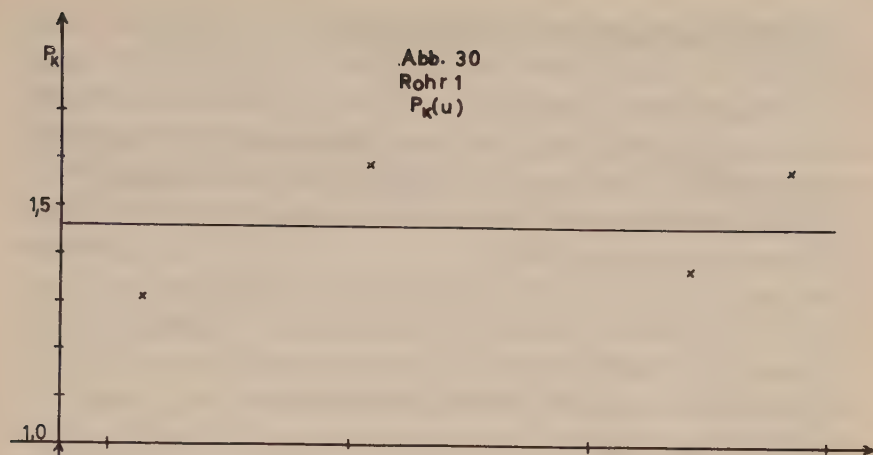
 $P_K(u)$ 

Abb. 31

Rohr 2

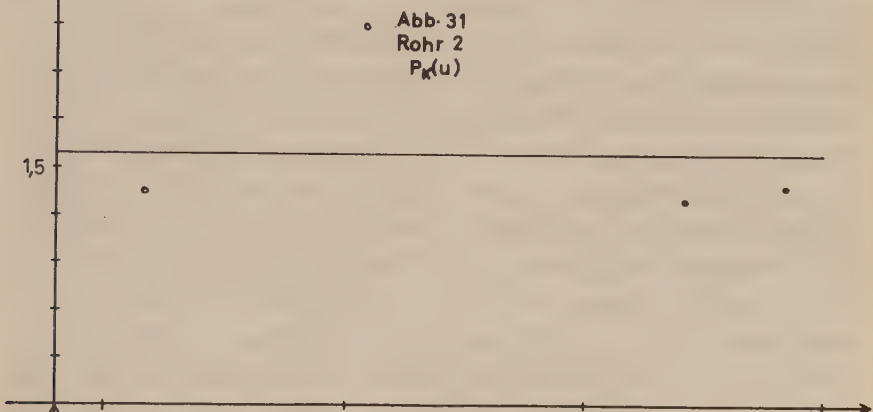
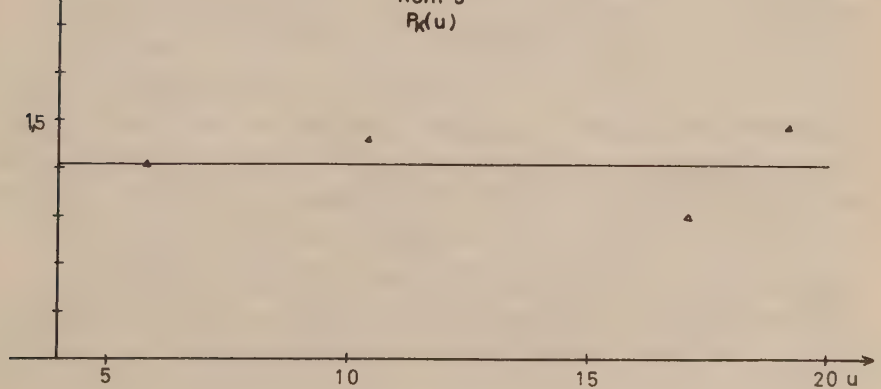
 $P_K(u)$ 

Abb. 32

Rohr 3

 $P_K(u)$ 

3. Der Wirkungsgrad einzelner Rohre

Der Wirkungsgrad ϵ ist nach (21) definiert als Quotient aus der Trennleistung L und dem Energieverbrauch pro Zeiteinheit E . Der Energieverbrauch unserer Rohre war ganz zu Beginn unserer Messungen bestimmt worden (siehe [7]) und zwar ergab sich:

Rohr Nr.	1	2	3	
$E =$	2180	1025	486	W
	523	246	117	$\text{cal} \cdot \text{sec}^{-1}$

Die Trennleistung ist gegeben durch (38):

$$L = \frac{RT}{M} \sigma \gamma_b \left[\frac{y_t}{y_b} (\ln \frac{y_t}{y_b} - 1) + 1 \right]$$

Da wir uns auf kleine Konzentrationen beschränken wollen, können wir statt $\frac{y_t}{y_b}$ Γ verwenden. Bei unseren Messungen sind die y zwar meist nicht sehr klein, jedoch ist gemäß dem auf Seite 12/13 Gesagten der Trennfaktor Γ auch bei größeren y durch (10) gegeben und somit unabhängig von der mittleren Konzentration (nicht dagegen $\frac{y_t}{y_b}$). Deswegen ist unser bei höheren Konzentrationen ermitteltes Γ gleich dem Γ bei sehr kleinen y und kann dann statt $\frac{y_t}{y_b}$ in (38) eingesetzt werden, wodurch wir also die Trennleistung bei sehr kleinen y erhalten, obwohl wir bei größeren y gemessen haben. Aus diesem Grunde waren wir auch berechtigt, den Ausdruck $\ln \frac{1-y_t}{1-y_b}$ zu entwickeln und nach der 1. Potenz in y abzubrechen. Es wäre nicht sinnvoll gewesen, die wirklichen Trennleistungen nach (23) zu berechnen, da diese in nicht genau bekannter Weise von der nicht konstanten Ausgangskonzentration abhängen. Außerdem werden wir stets $\frac{L}{y_b}$ berechnen, man erhält daraus also den Wirkungsgrad L selbst, indem man den Wert von $\frac{L}{y_b}$, der allgemeingültig ist, mit dem jeweiligen y_b multipliziert. Dies ist allerdings nur solange möglich, als y_b sehr klein ist. Weiterhin tragen wir in den Abbildungen stets die Größe $s[\Gamma(\ln \Gamma - 1) + 1]$ statt L/y_b auf, die wir mit L^* bezeichnen wollen. Die

Trennleistung L/γ_b erhalten wir daraus, indem wir L^* noch mit $\frac{RT}{M} \cdot \frac{pqD}{\Delta z}$ multiplizieren. Diese Größe hat folgende Zahlenwerte:

Rohr Nr.	1	2	3	
$\frac{RT}{M} \cdot \frac{pqD}{\Delta z} =$	20,6	9,75	4,74	$\cdot 10^{-5} \frac{\text{cal}}{\text{sec}}$

Für M haben wir stets das Molekulargewicht von N_2 verwendet.

Zur Bestimmung des Wirkungsgrades einzelner Rohre haben wir folgende Messungen zur Verfügung:

1. Die Transportmessungen an Einzelrohren bei einem Druck ($p=1,35$) bei allen drei Rohren.
2. Die Transportmessungen in der Staffel für das dritte Rohr bei verschiedenen Drucken.

Wir berechnen dabei stets L^* nicht direkt aus den gemessenen Werten von Γ , da diese in der Gegend des Maximums nicht immer dicht genug liegen und außerdem ihr Fehler sehr stark in L^* eingeht, so daß das Maximum oft nicht deutlich genug sichtbar wäre. Stattdessen legen wir durch die Meßpunkte von Γ eine ausgleichende Kurve und entnehmen dann aus dieser an beliebigen Stellen die Werte, die wir zur Berechnung von L^* benützen. Auf diese Weise erhalten wir ziemlich glatte Kurven für $L^*(s)$. Für die Bestimmung der Trennleistung der drei Rohre bei $p=1,35$ benötigen wir also die Kurven $\Gamma(s)$ aus den Abb. 13-15 und erhalten so die Abb. 33. Hieraus entnehmen wir Lage und Größe der Maxima von L^* :

Rohr Nr.	1	2	3
Ort des Maximums s	28	54	47
Höhe " " L^*	18,5	22,1	22,6

Daraus berechnen wir Trennleistung und Wirkungsgrad:

Trennleistung L/γ_b	3,81	2,16	1,07	$\cdot 10^{-3}$
Wirkungsgrad ϵ/γ_b	0,73	0,88	0,91	$\cdot 10^{-5}$

Die Wirkungsgrade sind also nicht genau gleich, liegen aber alle in derselben Größenordnung (z.B. bei 10^{-7} für $\gamma_b = 0,01$, wie etwa bei $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$; bei kleineren Ausgangs=

konzentrationen ist ϵ entsprechend kleiner).

Interessanter als dieser Vergleich ist die Bestimmung des Wirkungsgrades eines einzigen Rohres bei verschiedenen Drucken, wie sie für das 3. Rohr aus den Staffelmessungen vorgenommen werden konnte. Da Rohr 3 jetzt als Einzelrohr gelten soll, ist als Ausgangskonzentration γ_{3b} zu wählen. Daß dieses sich wegen der Trennwirkung der vorhergehenden Rohre ändert, spielt jetzt keine Rolle, da wir ja durch die Verwendung von Γ statt $\frac{Y_t}{Y_b}$ auf kleine Konzentrationen umrechnen, wo $\epsilon \sim \gamma_b$ ist, so daß das gemessene $\frac{\epsilon}{\gamma_b}$ unabhängig von γ_{3b} ist. Wir verwenden also Abb. 16-20, entnehmen daraus Γ_3 bei verschiedenen s , berechnen L^* nach (38) und erhalten so Abb. 34, die $L^*(s)$ bei verschiedenen Drucken wiedergibt. Daraus entnehmen wir die Lage der Maxima, die in der folgenden Tabelle und in den Abb. 35,36 dargestellt wird, welche das optimale s und das maximale L^* in Abhängigkeit von u zeigen.

Der maximale Wirkungsgrad eines Rohres bei verschiedenen Drucken:

p	s_{opt}	L^*	$\frac{\epsilon}{\gamma_b} \cdot 10^5$
1,05	15	28,8	1,14
1,15	20	25,7	1,02
1,25	30	21,6	0,856
1,35	48	19,2	0,762
1,45	63	18,3	0,726

Wir wollen nun diese Ergebnisse mit der Theorie vergleichen. Dazu müssen wir (38) numerisch auswerten. Dies geschieht so: Wir berechnen $\frac{\tau_A^* \cdot \Delta z}{\rho q D}$, und zwar einmal für den Idealfall ($\psi = \psi_r = \psi_k = 1$) und zweitens für den realen Fall, wie er wirklich bei uns vorliegt mit den radialen und parasitären Korrekturfaktoren, wie wir sie berechnet bzw. gemessen haben. Wir erhalten so:

$$\frac{\tau_A^* \cdot \Delta z}{\rho q D} = \begin{cases} 3,32 \cdot u & \text{im Idealfall} \\ 3,92 \cdot u & \text{im Realfall} \end{cases}$$

Wir geben uns nun einen Wert für u vor und gehen mit die-

sem und dem zugehörigen $\frac{\tau_A \cdot \Delta z}{pqD}$ in (38) mit (18) ein und berechnen L^* für verschiedene Werte von s . Die so erhaltenen Werte von L^* tragen wir auf und entnehmen daraus Ort und Höhe des Maximums bzgl. s . Dieses Verfahren führen wir für verschiedene u durch und erhalten so das optimale s als Funktion von u (Abb. 37) und das L^* bei diesem s , ebenfalls als Funktion von u (Abb. 38), und zwar jeweils im Ideal- und Realfall. In Abb. 37 haben wir außerdem noch die Abhängigkeit von s von u aufgetragen, wie sie sich bei der Näherung $\gamma(1-\gamma)=\text{const.}$ nach (35) ergeben würde, ebenfalls für beide Fälle.

Wir sehen:

Die Werte für das optimale s sind bei kleinen Konzentrationen (Näherung (9)) wesentlich kleiner als bei mittleren (Näherung (8)). Sie haben ein Minimum bei kleinen u . Die parasitären Korrekturfaktoren bewirken - ebenso wie die radialen - in beiden Fällen eine Vergrößerung von s_{opt} . Während aber bei der Näherung (8) nach (36) bei großen u s_{opt} einfach um ψP_K größer gemacht werden mußte, ist bei unserer Näherung der Unterschied wesentlich größer.

Bezüglich der Höhe der Maxima sehen wir aus Abb. 38, daß die $L^*(u)$ Kurven im Gegensatz zu früher ein Maximum bei mittleren Werten von u besitzen, dessen Lage durch φ, ψ und P_T, P_K nach links verschoben wird. Außerdem verschlechtern die parasitären Ströme beträchtlich die Größe von L^* , und zwar ist das Verhältnis von L^* im Idealfall zu L^* im Realfall für $u > 8$ ziemlich konstant und fast gleich $\frac{(\varphi P_K)^2}{\psi P_K}$, ebenso wie es sich früher bei $\gamma(1-\gamma)=\text{const.}$ ergeben hatte. Bei sehr kleinen u scheint das reale Rohr dagegen sogar etwas besser zu arbeiten als das ideale.

Um nun unsere experimentellen Ergebnisse mit den theoretischen zu vergleichen, tragen wir unsere Werte aus Abb. 35 und 36 auch in die Abbildungen mit den theoretischen

Kurven ein. Dies sind die mit einem Pfeil versehenen Punkte. Wir sehen:

Die Meßwerte von s_{opt} stimmen sehr gut mit der theoretischen Kurve (2b) überein, die mit Hilfe der vorher bestimmten Korrekturfaktoren berechnet worden ist. Die Formel (35) bei der Näherung (8) hätte dagegen zu völlig anderen Werten geführt (Kurve 1b). Die optimale Entnahme kann also sehr gut vorausberechnet werden, falls P_K und P_K bekannt sind.

Etwas anders ist dagegen das Bild, wenn wir die Höhe des Maximums betrachten (siehe Abb. 38):

Hier sehen wir, daß die Meßpunkte zwar asymptotisch mit $u \rightarrow \infty$ gegen die theoretische Kurve 2b zu konvergieren scheinen, während sie zu kleineren u hin, statt fast konstant zu sein, kräftig ansteigen. Dieser Effekt ist zu systematisch, als daß er auf die Meßungenauigkeit zurückgeführt werden könnte. Es liegt auch keine systematische Änderung von $\frac{P_T^2}{P_K}$ vor, wie die Tabelle S. 73 zeigt. Als einzige Ursache bleibt also die Tatsache, daß bei kleineren Werten von u wegen der stärkeren Trennung sowohl im dritten als auch in den vorhergehenden Rohren die mittlere Konzentration immer höher wird, so daß wir in den Bereich zwischen den beiden Näherungen $\gamma(1-\gamma)=\gamma$ und $\gamma(1-\gamma)=\text{const.}$ hineinkommen, wo also (11) nicht mehr gilt. Da hier aber keine exakten Rechnungen mehr möglich sind, können wir weder unsere Meßergebnisse auf konstante Ausgangskonzentration reduzieren noch mit der Theorie vergleichen. Es wäre also sinnlos gewesen, Messungen bei noch kleineren Werten von u vorzunehmen. Auffallend ist aber, daß sich bei s_{opt} in Abb. 37 noch gar keine entsprechende Abweichung der Meßpunkte von der Kurve 2b, etwa zur Kurve 1b hin, zeigt. Vielleicht sind auch die Werte von s exakter als die von L^* . Trotzdem ist die Übereinstimmung des gemessenen L^* mit dem berechneten für $u > 16$ erfreulich gut.

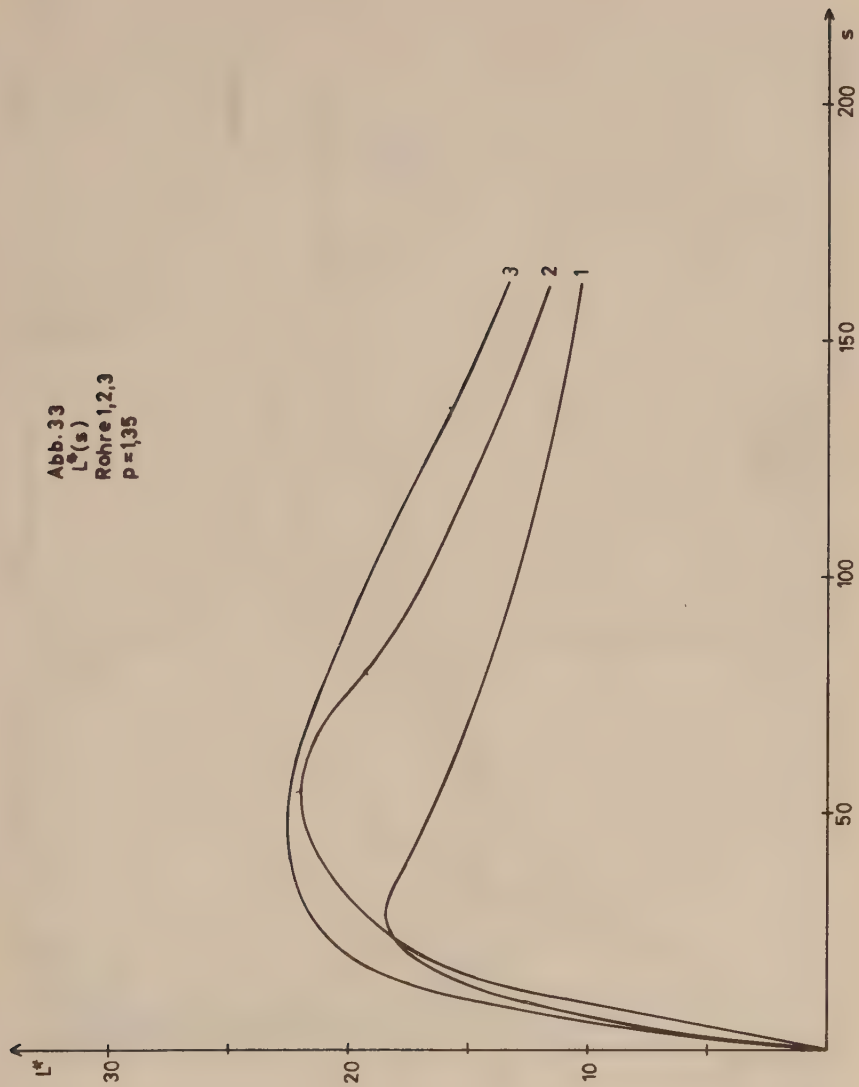


Abb. 33
 $L''(s)$
 Rohre 1,2,3
 $p=135$

Abb. 34
 $L^*(s)$
Rohr 3

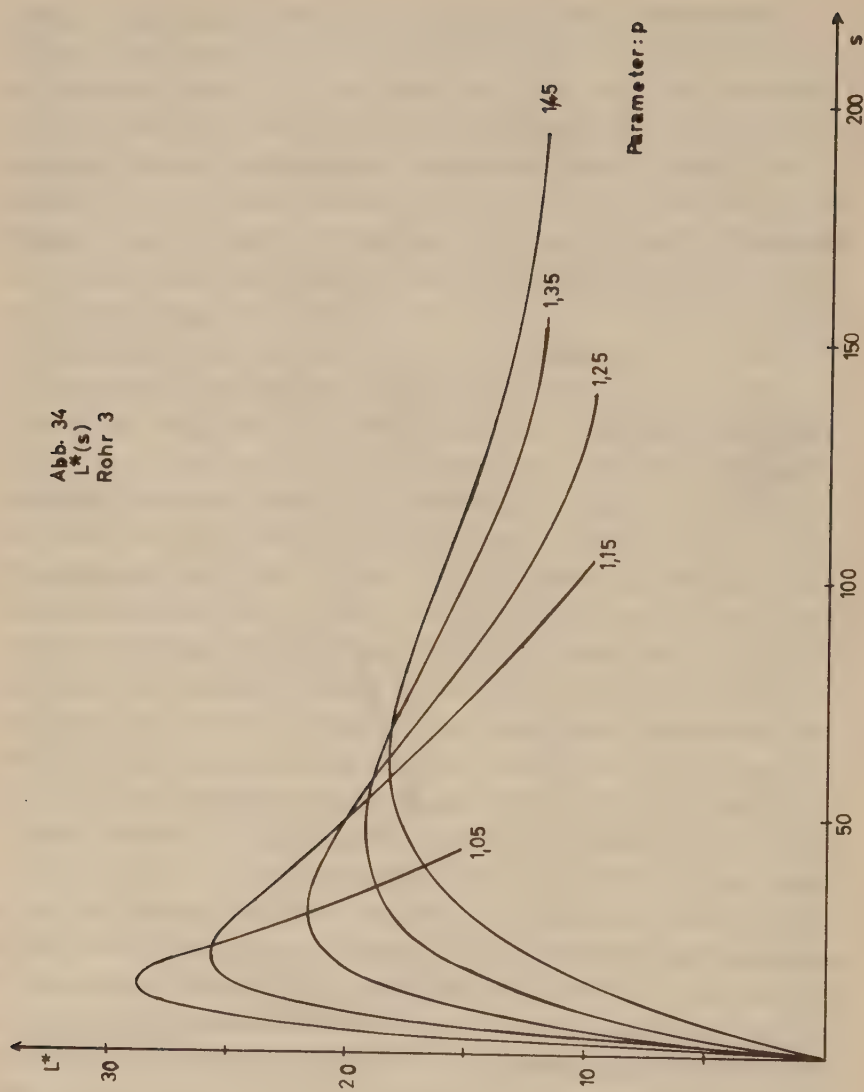


Abb. 35
 $s_{opt}(u)$
 exp.
 Rohr 3

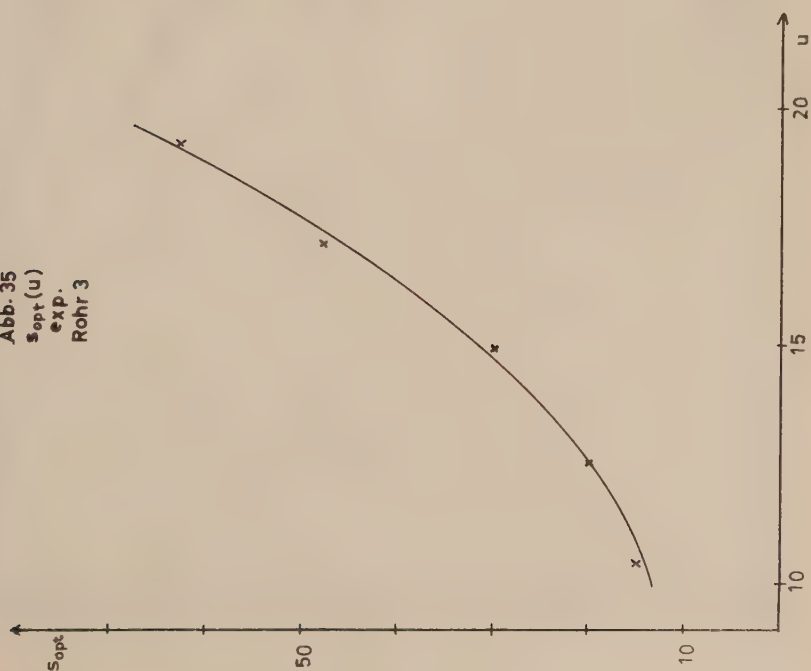
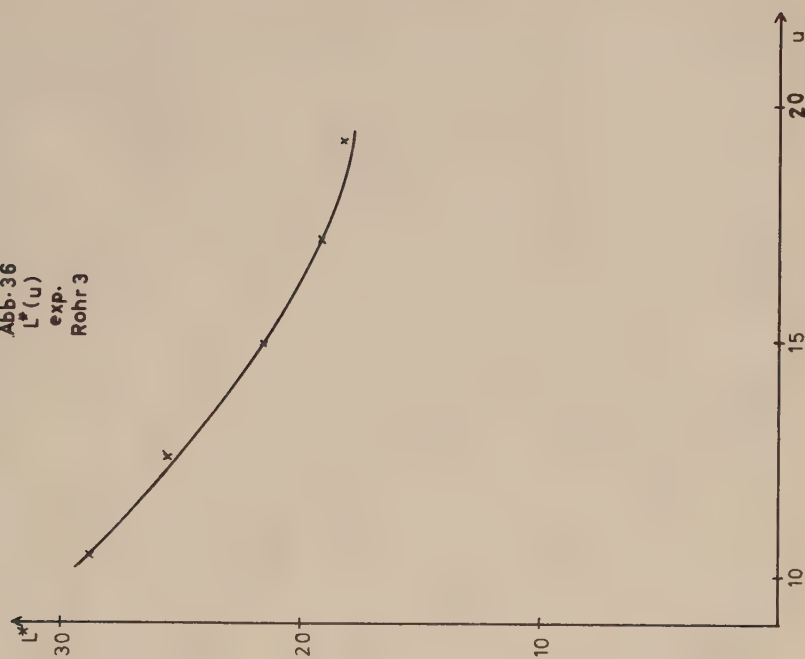


Abb. 36
 $L^*(u)$
 exp.
 Rohr 3



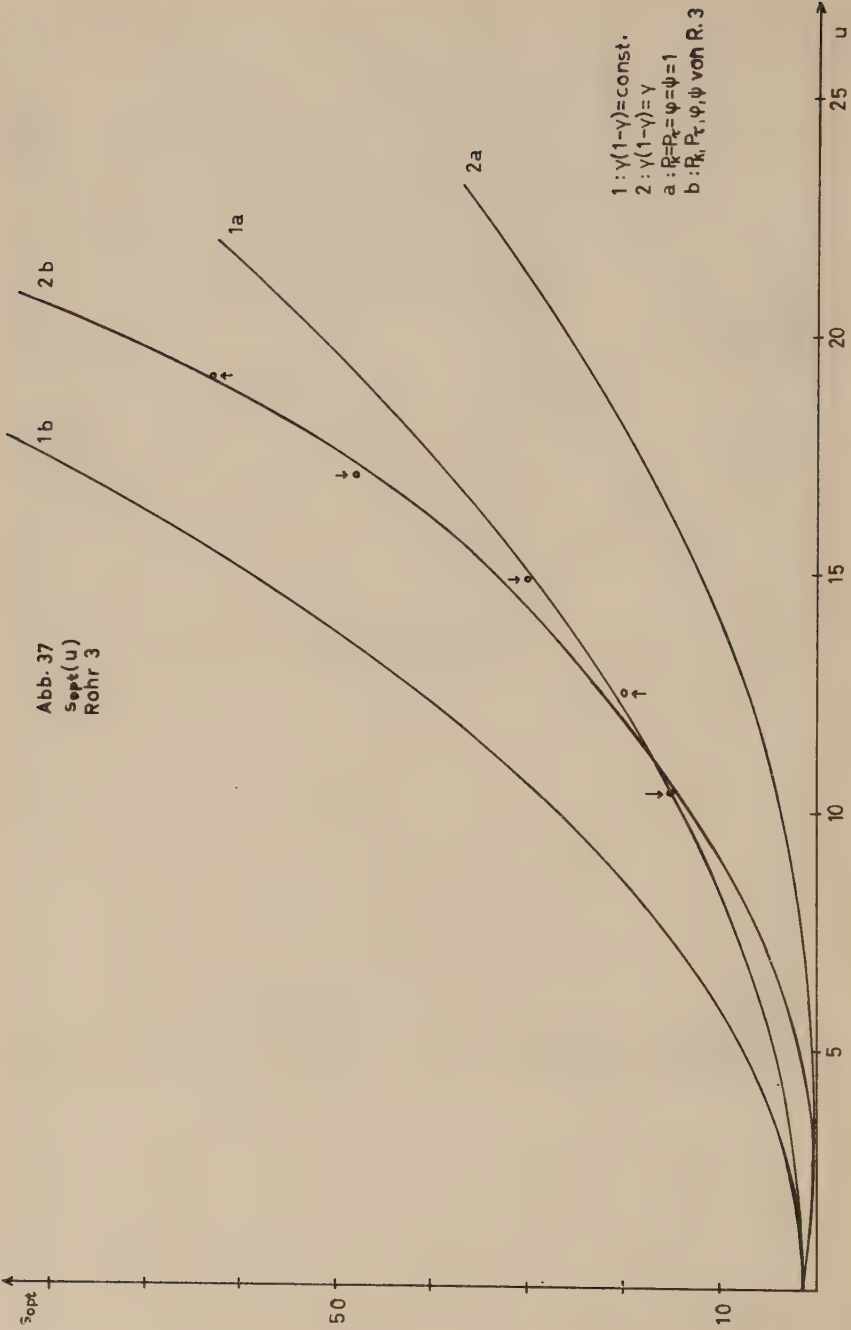
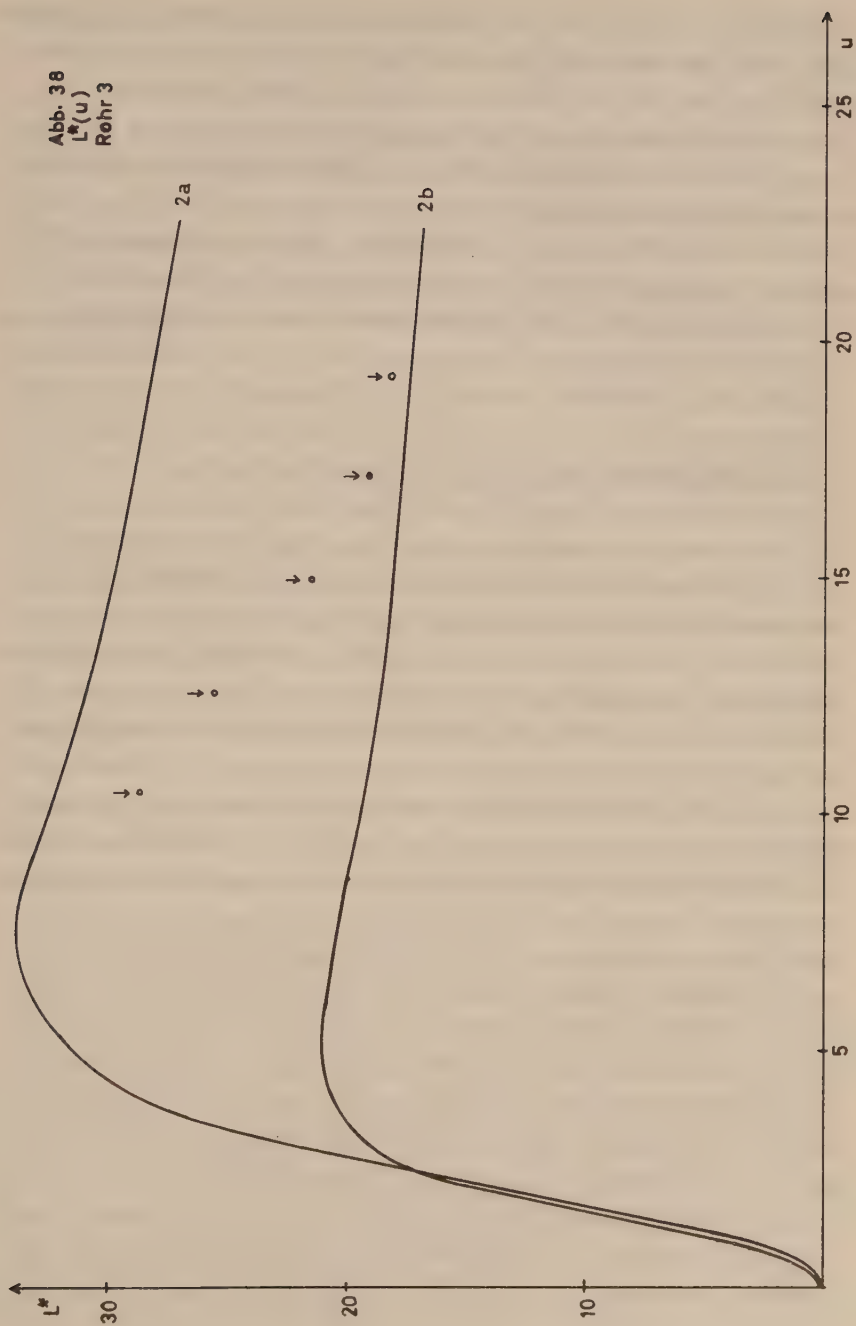


Abb. 38
 $L^*(u)$
 Rohr 3



Schließlich ist noch zu erwähnen, daß die Höhe des Maximums bei der Messung mit dem Rohr 3 einzeln nicht ganz die gleiche ist wie bei der Messung mit dem Rohr 3 in der Staffel bei demselben Druck. Dies kann aber sofort daraus erklärt werden, daß in beiden Fällen P_T und P_K etwas verschieden waren, und zwar war bei der Einzelmessung P_T größer und P_K kleiner, was sich wegen $\epsilon \sim \frac{P_K^2}{P_K}$ beides in einer Erhöhung der Trennleistung auswirkt. Da, wie gesagt, P_K an sich nicht sehr konstant ist, wird sich der Wirkungsgrad auch nicht sehr genau reproduzieren lassen.

4. Wirkungsgrade der Rohre in der Staffel

Die Streuung der Meßpunkte ist bei Staffelmessungen stets größer als bei Messungen mit den Rohren allein, und zwar sind die Messungen umso ungenauer, je weiter vorne das Rohr in der Staffel ist (d.h. sie sind z.B. bei Rohr 1 schlechter als bei Rohr 3), je niedriger der Druck ist (da hier alle Kurven viel steiler verlaufen), und je größer die Entnahme ist, was sich dann wieder beim ersten Rohr besonders stark bemerkbar macht, weswegen wir wie bereits erwähnt aus den Staffelmessungen nur schlecht das P_T des ersten Rohres ermitteln konnten. Allgemein zeigte es sich, daß die $\tau(s)$ und $\Gamma(s)$ -Kurven umso steiler ansteigen bzw. abfallen, je kleiner u ist und je weiter vorne das Rohr in der Staffel ist. Überhaupt sind die Kurven viel steiler, als wenn die Rohre allein arbeiten, wobei zu beachten ist, daß wir jetzt als Abszisse stets s_3 verwendeten, bei den Einzelrohren dagegen das jeweilige s , d.h. z.B. s_2 beim 2. Rohr. $\Gamma_{s=0}$ wird bei kleinen Drucken viel größer und somit auch die mittlere Konzentration, besonders im letzten Rohr, weswegen wir uns bei kleinen Werten von u und s nicht mehr im Gültigkeitsbereich von (9) befanden. Aus diesem Grunde

und da die Steilheit der Kurven allmählich genaue Messungen unmöglich machte (siehe z.B. die Kurven bei $p = 1,05!$), wäre es sinnlos gewesen, bei Werten von u kleiner als 10 zu messen. Bei $s = 0$, d.h. ohne Entnahme, haben wir bei der Staffel meist auch keine Messungen gemacht, da wir bemerkt hatten, daß in diesem Fall der Trennfaktor des ersten Rohres viel zu klein herauskam. Der Grund ist sofort ersichtlich, wenn man sich vergegenwärtigt, wie steil die Γ -Kurve des ersten Rohres bei $s = 0$ abfällt, d.h. wie schnell Γ bei ganz kleinen Entnahmen sofort kleiner wird. Solche unbekannte und unregelmäßige Entnahmen bewirkten aber die kleinen Undichtigkeiten unserer Anlage, die im Dauerbetrieb infolge der Vielzahl der Hähne und auch Lötstellen nie absolut dicht zu bekommen war. Aus diesem Grunde brachen wir also die Messungen ab, sobald diese unerwünschten und unbekannten Entnahmen nicht mehr klein waren gegenüber den von uns eingestellten und gemessenen, d.h. sobald s kleiner als 1,5 - 3 wurde. Bei den früheren Messungen ohne Entnahme zur Bestimmung von P_K hatten wir stets höchstens 2 Rohre miteinander laufen lassen, da bei nur 2 Rohren die Kurve des ersten noch nicht so steil abfällt. Die Trennleistung eines längeren Rohres in einer Staffel im Gültigkeitsbereich von (9) ist gegeben durch (44):

$$L_K = \gamma_{1b} \frac{RT}{M} \sigma \cdot \left[\frac{\gamma_{Nt}}{\gamma_{1b}} \ln \frac{\gamma_{Kt}}{\gamma_{Kb}} + \frac{\gamma_{Kb}}{\gamma_{1b}} - \frac{\gamma_{Kt}}{\gamma_{1b}} \right]$$

Genau wie früher bei den Einzelrohren wollen wir auch jetzt wieder unsere Meßergebnisse so gut wie möglich auf kleine Konzentrationen umrechnen, um im Gültigkeitsbereich unserer Theorie zu bleiben, indem wir statt der Quotienten zweier Konzentrationen den Trennfaktor verwenden. Wir schreiben also statt $\frac{\gamma_{Nt}}{\gamma_{1b}}$, $\frac{\gamma_{Kt}}{\gamma_{Kb}}$, $\frac{\gamma_{Kb}}{\gamma_{1b}}$ und $\frac{\gamma_{Kt}}{\gamma_{1b}}$ $\prod_1^N \Gamma_i$, Γ_K , $\prod_1^{K-1} \Gamma_i$ und $\prod_1^K \Gamma_i$. Weiterhin verwenden wir wieder nicht die Meßergebnisse direkt, sondern gleichen sie durch Kurven aus und entnehmen dann aus diesen die zur Berechnung von L_K^* nötigen Werte. Schließlich tragen wir

in den Abbildungen wieder nur den Ausdruck L_K^* , der jetzt gegeben ist durch:

$$L_K^* = s_3 \left(\prod_1^N \Gamma_i \cdot \ln \Gamma_K + \prod_1^{K-1} \Gamma_i - \prod_1^K \Gamma_i \right)$$

auf, aus dem man also die wirkliche Trennleistung erhält, indem man ihn mit dem Faktor $\gamma_{1b} \cdot \frac{RT}{M} \frac{\sigma}{s_3}$ multipliziert. Dieser ist jetzt für alle drei Rohre gleich, da wir stets s_3 verwendet haben. Sein Zahlenwert ist somit: $4,74 \cdot 10^{-5} \cdot \gamma_{1b} [\text{cal} \cdot \text{sec}^{-1}]$.

Außerdem sehen wir, daß der Wirkungsgrad eines jeden Rohres und damit auch der ganzen Anlage proportional ist zur Ausgangskonzentration im Vorratsbehälter γ_{1b} .

Die Trennfaktoren der Rohre entnehmen wir aus den Abb. 16 - 20. Daraus berechnen wir die $L_K^*(s_3)$ Kurven bei verschiedenen Drucken, die in den Abbildungen 39 - 43 dargestellt sind. Aus diesen können wir Ort (d.h. den Wert von s) und Höhe (d.h. L^* oder ϵ) des Maximums des Wirkungsgrades entnehmen. Diese haben wir dann in den Abb. 44 und 45 als Funktion von u dargestellt. Es zeigt sich, daß bei keinem einzigen Druck das optimale s für alle Rohre gleich ist (siehe Abb. 44), sodaß nie alle Rohre gleichzeitig unter Optimalbedingungen arbeiten können, was natürlich eine Verschlechterung des Gesamtwirkungsgrades mit sich bringt.

Die Stelle des Maximums des dritten Rohres ist, wie auf Seite 29 vorhergesagt, wesentlich zu kleineren Werten von s verschoben, als wenn das Rohr direkt am Vorratsbehälter arbeiten würde. Desgleichen ist ϵ wesentlich größer. Dasselbe gilt aber auch für die anderen Rohre, wie man durch Vergleich mit der Tabelle auf Seite 79 sieht. Während aber bei den Einzelrohren die Wirkungsgrade etwa gleich waren, nimmt jetzt, wo die Rohre hintereinander geschaltet sind, der Wirkungsgrad gegen das Ende hin zu.

Abb. 40
Staffel
 $L^*(s)$
 $p = 1,15$

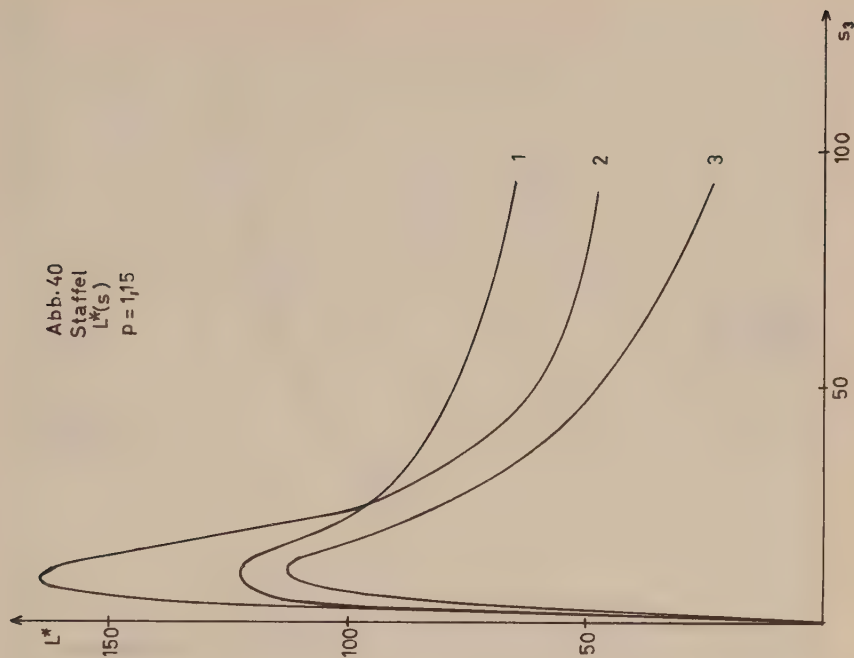
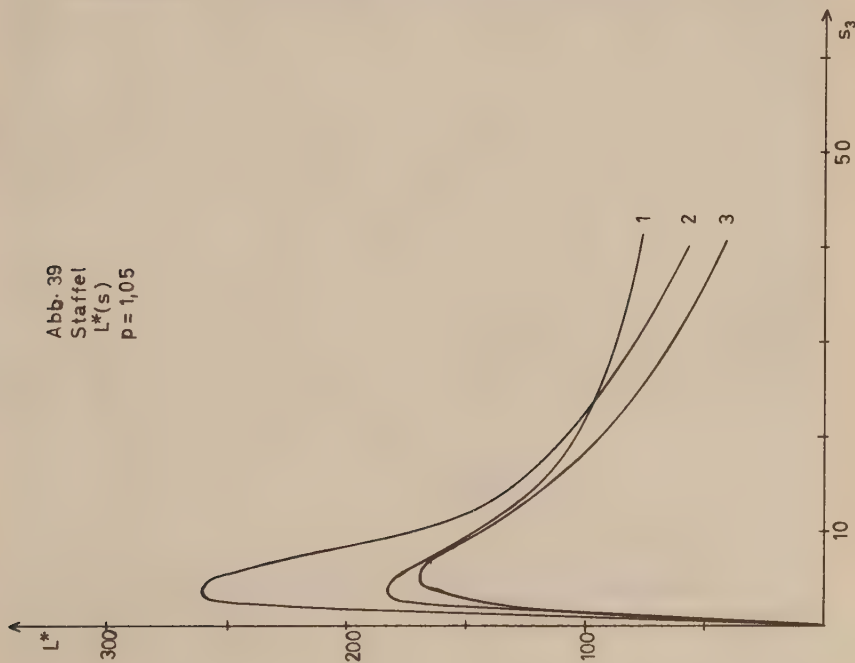


Abb. 39
Staffel
 $L^*(s)$
 $p = 1,05$



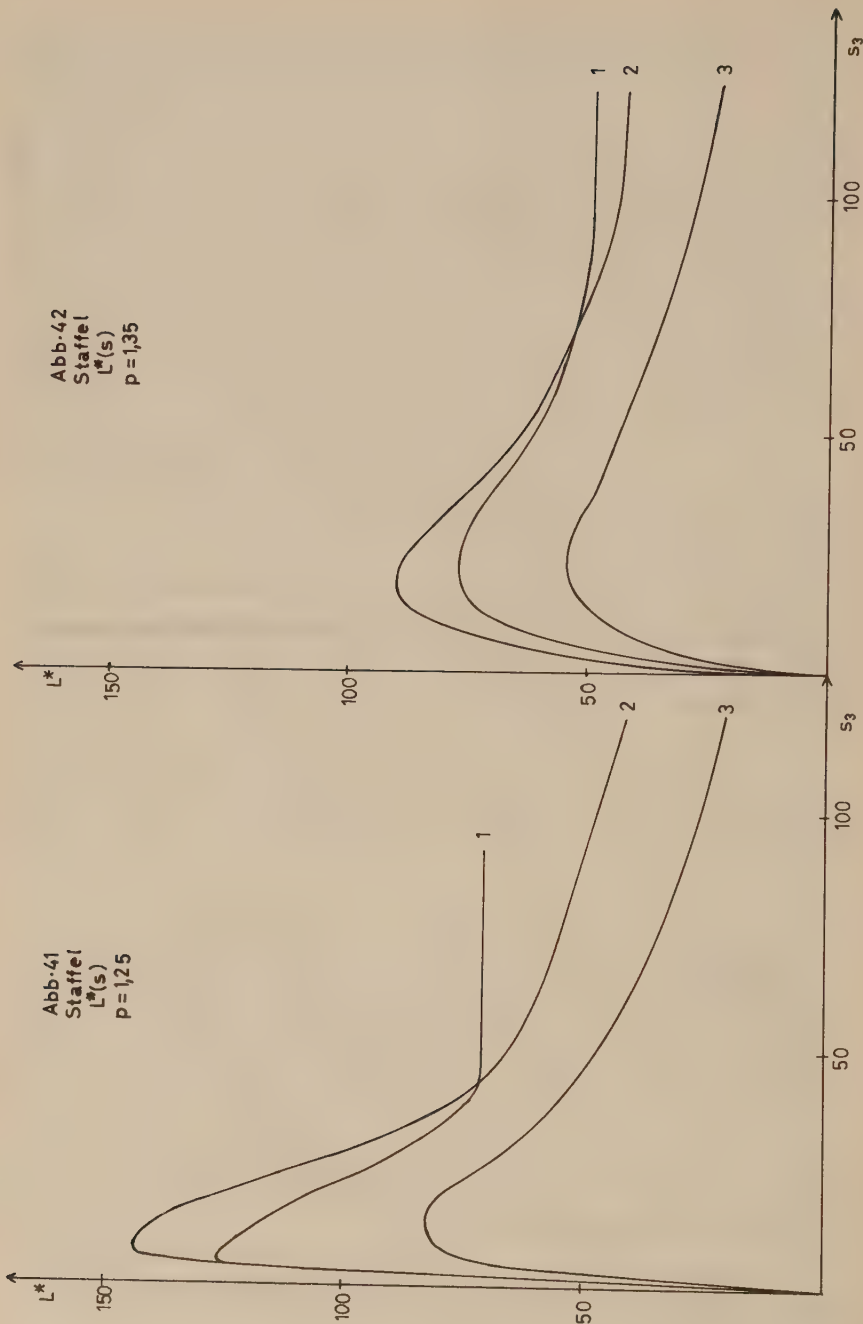


Abb. 43
Staffel
 $L^*(s)$
 $p = 1,45$

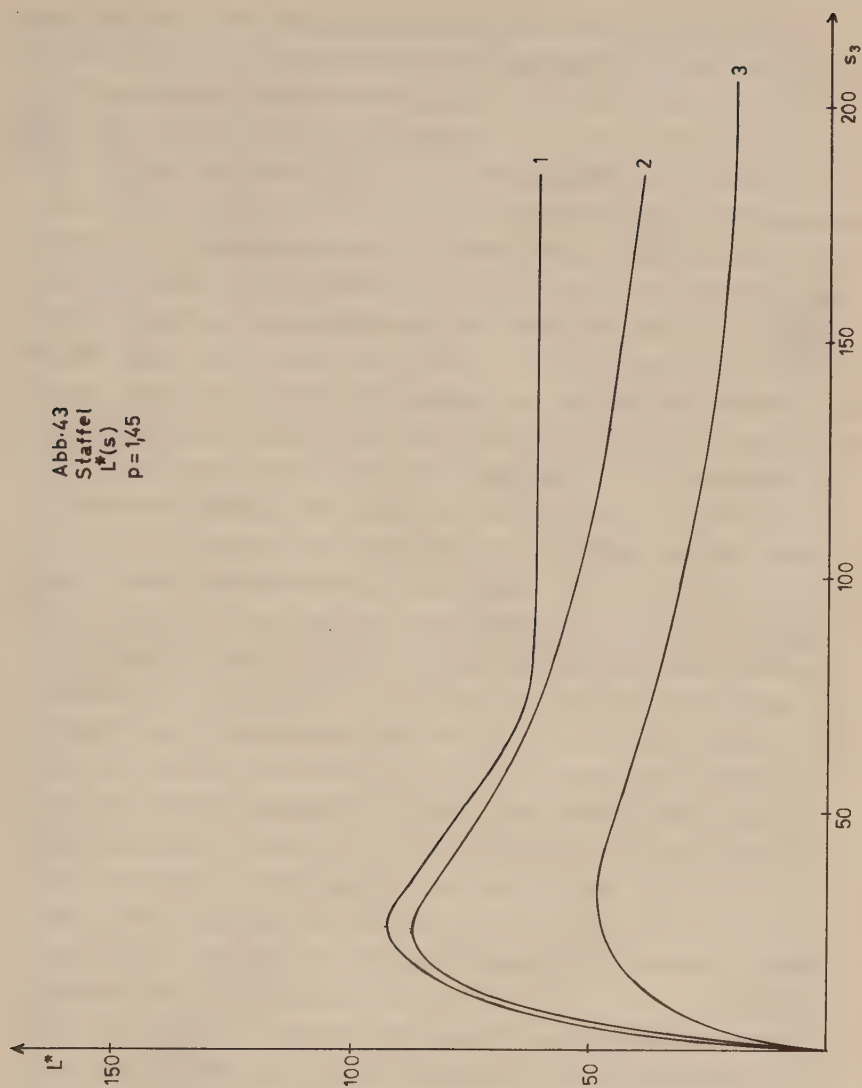


Abb. 44
Staffel
 $s_{\text{opt}}(u)$

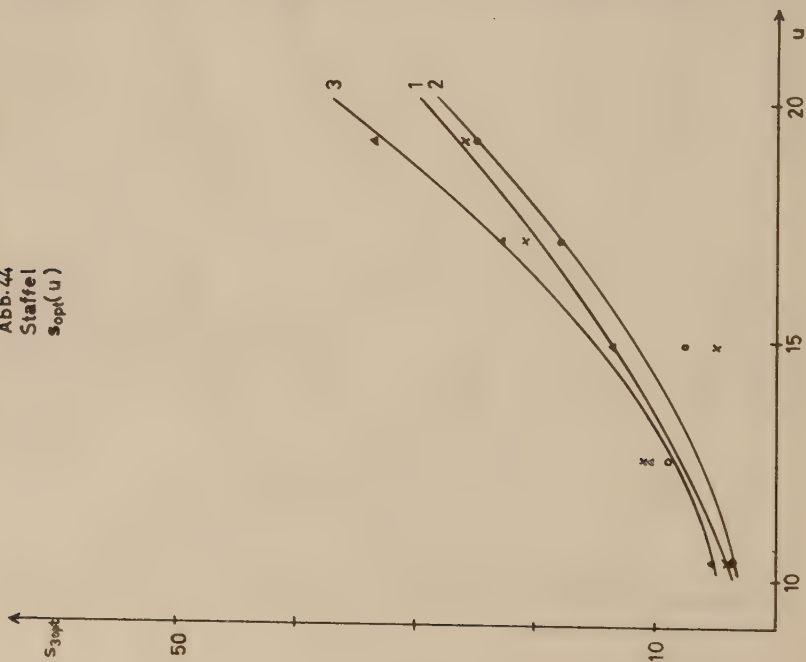
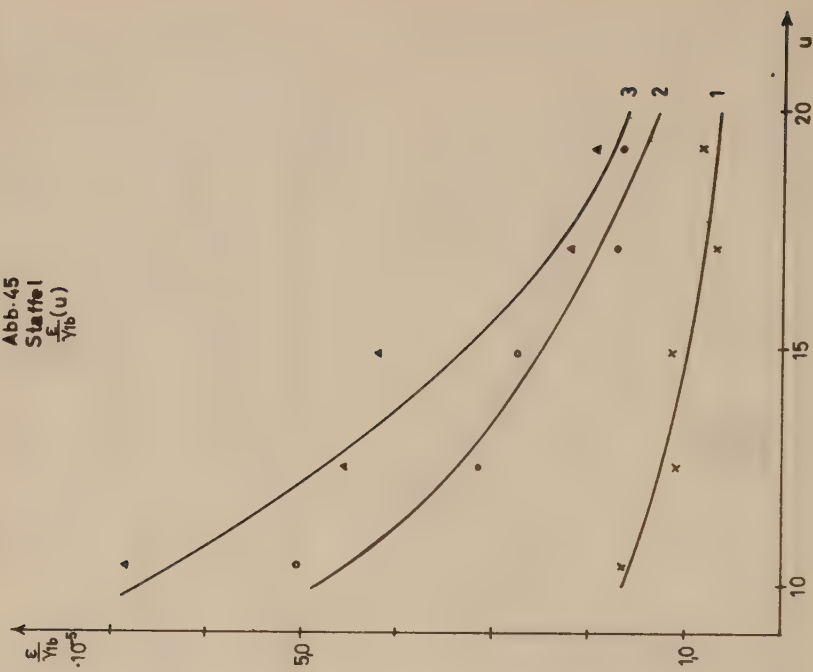


Abb. 45
Staffel
 $\frac{\bar{E}_n(u)}{\bar{Y}_{1b}}$



Wenn wir nun die Ergebnisse unserer Messungen deuten und mit der Theorie vergleichen wollen, stoßen wir auf eine prinzipielle Schwierigkeit. Es sind nämlich wieder zwei Betrachtungsweisen möglich:

1. In allen Theorien ([3],[4],[16] sowie in unserer eigenen Theorie in dieser Arbeit) wird nämlich angenommen, daß die Konzentration in jedem Rohrstück und damit erst recht die Endkonzentration fest sein sollen (für die Ausgangskonzentration ist das sowieso der Fall). Wenn wir nun σ und u variieren, um maximales ϵ zu erzielen, muß sich die Länge der einzelnen Rohrstücke ändern, damit die Trennung in jedem gleich bleibt (in [4] ist dies nicht klar zu ersehen, aber jedenfalls ist auch diese Arbeit in diesem Sinn zu verstehen, wir haben daher in unserer Arbeit die dortige Theorie etwas verbessert). Man sucht also diejenige Staffel, die den maximalen Wirkungsgrad hat unter allen denjenigen, welche dieselbe Endkonzentration liefern. Dieser Wirkungsgrad hängt aber nach [4],(45) eben von dieser Endkonzentration ab, d.h. eine Anlage, die für stärkere Trennung gebaut ist, kann aus diesem Grunde ein größeres ϵ haben. Der Grund ist, daß die Trennung und damit der Wirkungsgrad in jedem Teilstück nach (51) proportional zu $\gamma(1-\gamma)$ ist, so daß die letzten Rohrstücke (vor $\gamma=0,5$) den größten Wirkungsgrad haben und so den Gesamtwirkungsgrad der ganzen Anlage verbessern.
2. Bei unseren Messungen dagegen liegen ganz andere Verhältnisse vor. Jetzt sind nämlich die Rohrstücke von konstanter Länge (etwas anderes ließe sich technisch gar nicht realisieren), so daß sich die Konzentrationen in allen Rohren und vor allen Dingen auch die Endkonzentration ändern, wenn wir σ und u variieren. Die Ausgangskonzentration war bei uns auch nicht konstant, wir konnten aber rechnerisch auf konstantes γ_{1b}

reduzieren, solange wir uns im Bereich der Näherung (9) befanden. Wir haben also bei unseren Messungen diejenigen Betriebsbedingungen gefunden, bei denen eine feste Anlage ihren maximalen Wirkungsgrad erzielt, wobei ihre Trennung keine Invariante mehr ist. Beide Betrachtungsweisen führen nun aber zu verschiedenen Maximalbedingungen:

Im ersten Fall war es z.B. am günstigsten, wenn u möglichst groß gemacht wurde. Bei unseren Messungen zeigte es sich jedoch (siehe Abb. 45), daß das Maximum des Wirkungsgrades bezüglich s größer ist, wenn u kleiner wird, so daß das Maximum von ϵ bezüglich u nicht bei $u = 2\sigma$, sondern bei einem niedrigeren Wert liegen muß. Der Grund hierfür ist leicht einzusehen: Bei fester Apparatur ist es am günstigsten, in den ersten Rohren weniger auf maximale Trennleistung als auf hohe Trennschärfe zu achten, da dann die Leistung in den folgenden Rohren wegen ihrer Abhängigkeit von γ wesentlich größer wird und den Verlust in den ersten Rohren mehr als kompensiert. Die Trennschärfe wird aber umso größer, je kleiner man u und σ macht.

Wie ist nun die Diskrepanz zwischen den beiden Betrachtungsweisen zu erklären? Welche Maximalbedingung ist die beste?

Dazu müssen wir Folgendes bedenken:

Um unsere Apparatur mit einer idealen Cohen'schen Kaskade zu vergleichen, muß man sie bei jedem σ und u mit einer anderen vergleichen, nämlich immer mit derjenigen, die gerade dasselbe γ_{Nt} hat! Deren Wirkungsgrad ist aber immer ein anderer, da er ja, wie bereits erwähnt, von γ_{Nt} abhängt, und zwar wird er nach [4], (45) mit wachsendem γ_{Nt} größer (für $\gamma_{Nt} \leq 0,5$). Diese Cohen'sche Anlage stellt nun, wie die bisherigen Theorien gezeigt haben, zweifellos das Optimum für das jeweilige γ_{Nt} dar. Wir definieren nun als Ausnutzungsgrad ζ das Verhältnis des Wir-

kungsgrades unserer Anlage bei einem beliebigen u und s zu dem Wirkungsgrad der entsprechenden idealen Kaskade mit derselben Endkonzentration und optimalem u ($u=2\sigma$). Dieser Ausnutzungsgrad ist auf irgend eine Weise eine Funktion der Güte der Annäherung unserer Anlage an die ideale. Wenn wir nun bei unserer Anlage u oder s verkleinern, wird γ_{Nt} größer. Damit wird aber auch der Wirkungsgrad der zugehörigen idealen Kaskade größer. Falls nun die Annäherung unserer Anlage an die ideale Kaskade weniger schnell schlechter wird als deren Wirkungsgrad größer wird, nimmt also auch der Wirkungsgrad unserer Anlage zu. Er erreicht sein Maximum dann, wenn die Änderung des Ausnutzungsgrades gerade die Änderung des ϵ der idealen Kaskade mit γ_{Nt} kompensiert. Da aber hier $\frac{d\epsilon}{d\gamma_{Nt}} < 0$ ist und da $\zeta \leq 1$ sein muß, ist also beim Maximum $\zeta < 1$, also arbeitet unsere Anlage auch bei ihrem maximalen Wirkungsgrad stets schlechter als die zugehörige ideale Kaskade. Die richtige Optimalbedingung ist also nach wie vor durch die Cohen'sche Theorie gegeben. Das Maximum, das wir bei unseren Messungen finden, stellt nicht das absolute Maximum dar, sondern nur eines unter einer gewissen Nebenbedingung. Ebenso ist aber auch das Cohen'sche Maximum nur ein solches bei einer Nebenbedingung, nur eben bei einer anderen, nämlich $\gamma_K = \text{const}_K$. Um den Unterschied der beiden Betrachtungsweisen und der jeweiligen Maximalbedingungen noch etwas zu verdeutlichen, sei folgendes Beispiel gebracht:

Wir berechnen eine ideale Kaskade für ein gewisses γ_{Nt} und realisieren sie in gewisser Annäherung durch eine Staffel aus Rohren. Dann stellt diese Anlage wohl das Optimum nach Cohen für das betreffende γ_{Nt} dar, nicht aber das Optimum bei unserer Betrachtungsweise, denn wir können nun z.B. u verkleinern und den Wirkungsgrad der festen Anlage dadurch erhöhen. Haben wir ihn aber auf sein Maximum gebracht, so können wir wieder eine Cohen'

sche Kaskade für das dann erzielte γ_{Nt} berechnen und bauen. Diese hat dann wieder einen noch höheren Wirkungsgrad u.s.w.

Die Einführung des Ausnutzungsgrades statt des Wirkungsgrades bei der Suche nach den Optimalbedingungen ist offensichtlich nur dann nötig, wenn sich γ_{Nt} bei der Variation der Betriebsbedingungen (σ und u) ändert. Wäre es z.B. möglich, ein Rohr so zu bauen, daß es stets die gleiche Trennung erzielt, so hätten die Cohen'schen Kaskaden, mit denen es zu vergleichen wäre, stets den gleichen Wirkungsgrad (ihr σ und damit Δy müßte sich zwar ändern, ϵ ist aber nach [4] (45) davon unabhängig)! Der Ausnutzungsgrad dieses Rohres unterschiede sich also vom Wirkungsgrad stets nur um einen konstanten Faktor. Das Maximum der beiden Größen liegt somit an derselben Stelle bezüglich u und σ . Bei der Suche nach den Optimalbedingungen ist es dann gleichgültig, ob man das Maximum von ϵ oder ξ sucht. Damit ist unsere Theorie von S. 20 ff nachträglich gerechtfertigt. Außerdem hatten wir dort gezeigt, daß wir dieselbe Optimalbedingung erhalten, auch wenn γ_t nicht fest ist, wenn nur $\gamma(1-\gamma)$ konstant ist. Diese Forderung bedeutet aber ebenfalls, daß das ϵ der idealen Kaskade konstant ist, wie man z.B. aus [4] (18) folgern kann. Auch jetzt ist also einfach: $\xi = \text{const.} \cdot \epsilon$. Im vorigen Kapitel hätten wir statt der Wirkungsgrade auch die Ausnutzungsgrade berechnen und deren Maximum suchen können. Dies war aber für unsere dortigen Untersuchungen (Vergleich von Experiment und Theorie nach Einführung der parasitären Korrekturfaktoren) nicht nötig.

Aus unseren Staffelmessungen wollen wir dagegen nun die Ausnutzungsgrade unserer Anlage berechnen. Dazu gehen wir folgendermaßen vor:

Voraussetzungsgemäß hat die Cohen'sche Kaskade dieselbe Ausgangs- und Endkonzentration wie unsere Anlage. Weiter=

hin können wir annehmen, daß ihr σ genau so groß ist wie bei uns, da ihr Wirkungsgrad unabhängig von σ und Δy ist. Also ist die Trennleistung in beiden Fällen gleich. ζ ist somit gleich dem Verhältnis des Energieverbrauchs unserer Anlage (886 cal sec^{-1}) zu dem der Cohen'schen Kaskade. Dieser ist gegeben durch [4](43):

$$E = \sigma \frac{T^2}{\Delta T} \left[\frac{2}{15} \alpha \right]^{-2} \cdot \frac{\lambda}{\eta f} \cdot \omega \frac{0,1 u^2 \psi P_k + \chi}{(u \varphi P_t)^2} \cdot [\cosh N + 2\Delta(N - \sinh N) - 1]$$

Wir verwenden nun $u = 20$, für ΔT , T , α , λ , η dieselben Werte wie bei unserer Anlage, für die Korrekturfaktoren ebenfalls etwa die gleichen Werte, wie wir sie bei unserer Anlage bestimmt haben, nämlich $\omega=1$; $\varphi=1,10$; $\psi=1,15$; $P_t=1,02$; $P_k=1,48$. Schließlich führen wir noch den Umrechnungsfaktor von σ auf s ein und erhalten dann die Beziehung:

$$\zeta = s \cdot 0,565 \cdot 10^{-2} \cdot [\cosh N + 2\Delta(N - \sinh N) - 1]$$

Wenn wir annehmen, was wir auch bei der Berechnung der gemessenen Wirkungsgrade stets getan haben, daß alle Konzentrationen sehr klein sein sollen, dann ist $2\Delta \approx -1$. Also ist

$$[\cosh N + 2\Delta(N - \sinh N) - 1] \approx \Gamma - \ln \Gamma - 1$$

und

$$\zeta = s \cdot 0,565 \cdot 10^{-2} \cdot [\Gamma - \ln \Gamma - 1]$$

Unter Γ ist hierbei der gesamte Trennfaktor unserer Anlage zu verstehen. Diesen erhalten wir, indem wir bei beliebigen Werten von u und s die Trennfaktoren der drei Rohre aus den Abb. 16-20 entnehmen und miteinander multiplizieren. Daraus können wir dann ζ als Funktion von s mit u als Parameter berechnen. Die so gefundenen Werte sind in Abb. 46 aufgetragen. Aus dieser Abbildung können wir entnehmen:

1. Die Werte von s , bei denen unsere Anlage ihren maximalen Ausnutzungsgrad erzielt;
2. Die Werte von ζ bei diesen s ;
3. Wir können schließlich noch den Gesamtwirkungsgrad bei den so gefundenen optimalen Entnahmen berechnen,

indem wir die Werte von L_K^* bei diesen s aus den Abb. 39-43 entnehmen, daraus die Trennleistungen berechnen, diese addieren und durch den gesamten Energieverbrauch teilen.

Diese Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengefaßt:

Optimale Betriebsbedingungen unserer Staffeln

u	s_{opt}	ζ_{max}	$\frac{\epsilon}{\gamma_{bmax}} \cdot 10^5$
10,4	4,5	(1,115)	3,26
12,5	12,5	0,91	2,14
14,9	14	0,83	1,79
17,1	27	0,655	1,16
19,2	29	0,685	1,21

Der Unterschied unserer jetzigen Werte von s_{opt} zu den früheren (z.B. in Abb. 44) kommt daher, daß wir jetzt den maximalen Ausnutzungsgrad, früher dagegen den maximalen Wirkungsgrad gesucht haben. Ein Vergleich zeigt, daß die jetzigen Werte meist etwas größer (wenn auch nicht wesentlich) als die früheren sind. Der Wirkungsgrad steigt auch bei den jetzigen s_{opt} mit kleineren u kräftig an. Daß dagegen ζ größer als 1,00 wird, ist zunächst unverständlich. Wahrscheinlich ist dieser Effekt ebenso zu erklären wie das ebenfalls der Theorie widersprechende Anwachsen des Wirkungsgrades des dritten Rohres allein (s.S. 82). Der Wert von ζ bei $u = 10,4$ kann unsicher sein, außerdem wurden hier die Konzentrationen zu hoch, so daß die Voraussetzung $\gamma(1-\gamma)=\gamma$, die wir bei der Auswertung der Messungen machen mußten, nicht mehr erfüllt ist. Außerdem ist die Genauigkeit von ζ natürlich nicht allzu groß, da sich in Wirklichkeit z.B. φ und ψ längs der Kaskade stark ändern, wofür wir nur rohe Mittelwerte verwendet hatten. Insofern ist ein Wert von

$\zeta > 1$ nicht verblüffend. Jedenfalls zeigt es sich auch hier wieder, daß Messungen bei noch kleineren Werten von u sinnlos gewesen wären, da hier sekundäre Effekte zu groß werden.

Bilden wir den Mittelwert von ζ , so erhalten wir: $\zeta \approx 0,75$. Dies ist ein sehr vernünftiges Ergebnis, denn dafür, daß ζ etwas kleiner als 1,00 sein muß, gibt es mehrere Gründe:

1. Es tritt ein zusätzlicher und in [4] nicht berücksichtigter Energieverbrauch durch Wärmestrahlung auf.
2. Der wichtigste Punkt ist jedoch folgender:

In ζ steckt die Verschlechterung des Wirkungsgrades dadurch, daß wir die kontinuierliche Kaskade durch eine Staffel aus Rohren mit konstantem Querschnitt ersetzt haben. Diese Verschlechterung setzt sich aus 2 Anteilen zusammen:

- a. Schon der Ersatz der kontinuierlichen Kaskade durch Rohre mit konstantem Querschnitt bringt eine Verschlechterung mit sich auch dann, wenn die Rohre alle mit ihren optimalen Bedingungen bzgl. s und u betrieben werden und also ihren maximalen Wirkungs- bzw. Ausnutzungsgrad erreichen, wie wir für einen gewissen Spezialfall (ein Rohr, mittlere Konzentrationen) auf Seite 32-35 gezeigt hatten, wo diese Verschlechterung durch den Faktor 1,23 gegeben war.
- b. Wie wir auf Seite 90 gesehen haben, werden jedoch (auf Grund einer ungenügenden Vorausberechnung der Anlage) meist nicht alle Rohre gleichzeitig unter Optimalbedingungen arbeiten können, so daß sie nicht alle mit ihrem an sich wohl erreichbaren höchsten Wirkungsgrad zugleich betrieben werden, was noch eine zusätzliche Verschlechterung des gesamten Wirkungs- bzw. Ausnutzungsgrades bringt.

In unserem auf Seite 100 bestimmten ζ stecken bereits

beide Anteile! Dieses mißt also die gesamte Abweichung unserer Anlage von der idealen Cohen'schen, d.h. die Verschlechterung, die die Nichterfüllung der Cohen'schen Bedingung an fast allen Stellen mit sich bringt.

Da wir dagegen bei der Berechnung des Energieverbrauchs der Cohen'schen Kaskade bereits die ermittelten Korrekturfaktoren verwendet hatten, steckt in ζ nicht mehr der Einfluß der parasitären Ströme bis auf Effekte 2. Ordnung, falls jene sich in beiden Fällen etwas verschieden auswirken sollten.

Wenn man also bei der theoretischen Berechnung die parasitären Ströme berücksichtigt, kann man den Wirkungsgrad praktisch quantitativ vorausberechnen. Der Ersatz einer kontinuierlichen Staffel durch eine diskontinuierliche bringt, wenn er so wie bei unserer Anlage durchgeführt wird, eine Verschlechterung von höchstens etwa 25%. Wie der Unterschied in den Funktionen $\Delta y(z)$ bei uns und im Idealfall aussieht, sehen wir aus der Abb. 47. Die Kurve a zeigt unsere Stufenfunktion. Die Kurve b zeigt die ideale Breitenfunktion, die nach [4](30) berechnet werden kann, bei einer Kaskade, die dieselbe Trennung erzielt wie unsere Anlage bei $u = 19,2$ und dem dazugehörigen optimalen s ($s = 29$). Als Entnahme haben wir in [4](30) dieselbe wie bei unserer Anlage verwendet, die aus $s = 29$ folgt. Bei dieser Kaskade sollen alle Größen einschließlich u (bis auf Δz) genau so groß sein wie bei unserer Anlage. Dann ist $\frac{K}{\tau_A} = 600$ cm und aus [4](28) mit [4](22) folgt: $Z = 2360$ cm, da $\Gamma = 7,12$ ist, wie aus unseren Messungen zu ersehen ist. Diese Kaskade hat also eine andere Länge als unsere Anlage! Deswegen weicht auch die Kurve b etwas von der Kurve a ab. Wir können nun aber nach [4](38) die ideale Kaskade so transformieren, daß sie bei gleichbleibender Trennleistung dieselbe Länge hat wie unsere Anlage, indem wir alle Größen gleich

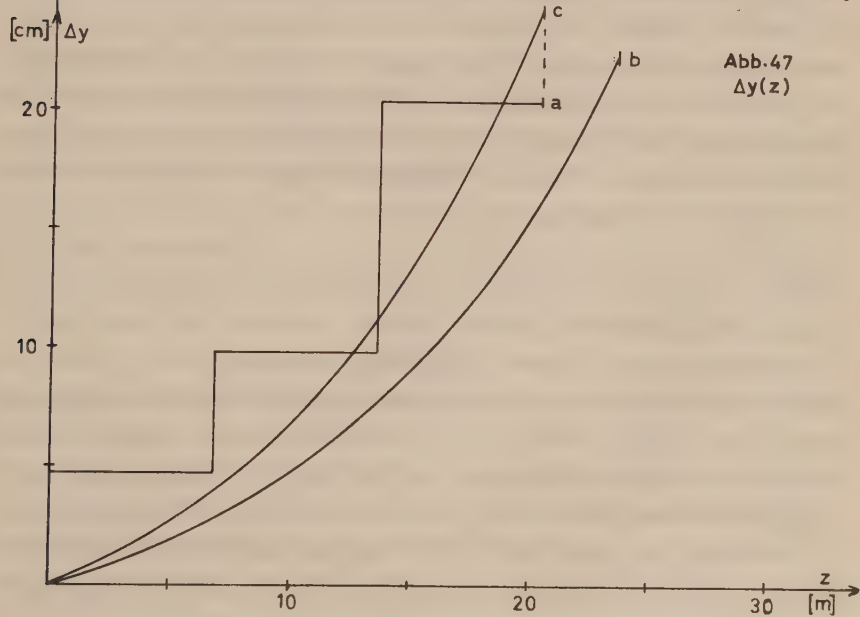
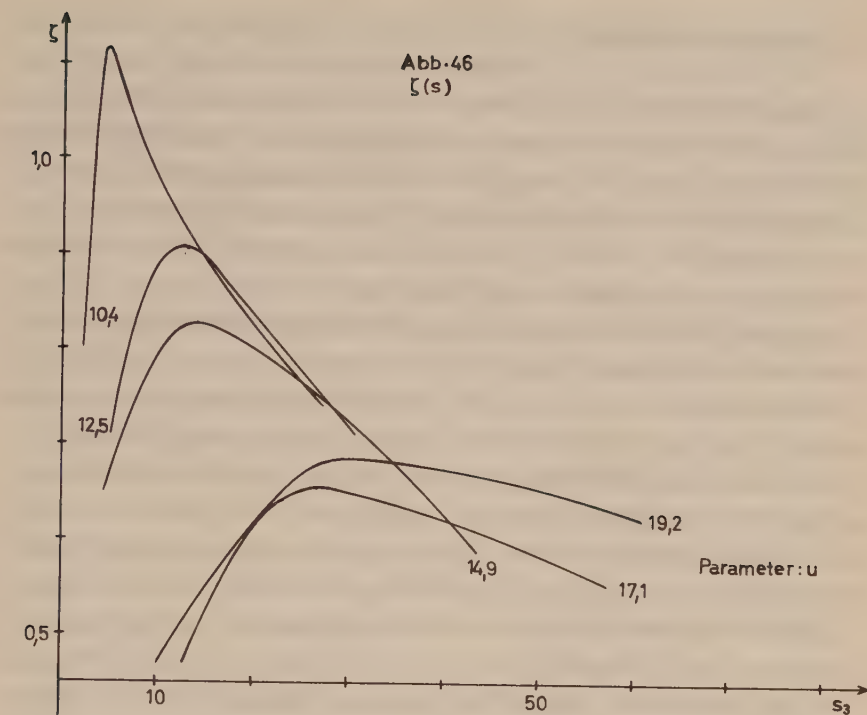
lassen und nur u ändern, das also dann anders ist als bei unserer Anlage. Ein analoges Ergebnis hatten wir bereits auf Seite 34, Formel (58) theoretisch abgeleitet. Aus [4](38) folgt nun: $u = 16,6$. Dann ist $\frac{K}{\tau_f} = 520 \text{ cm}$, und wir erhalten aus [4](30) die neue Breitenfunktion c . Wir sehen, daß jetzt unsere Breitenfunktion eine recht gute Annäherung an diese Kurve ist. Nur gegen das Ende zu nimmt bei uns der Querschnitt nicht schnell genug ab. Insgesamt liegt die ideale Kurve immer etwas niedriger. Die Fläche zwischen der Kurve $\Delta y(z)$ und der Abszisse von 0 bis Δz heißt Trennbasisfläche [16]. Sie ist nach (59) offensichtlich proportional zum Energieverbrauch der jeweiligen Anlage. Die Trennbasisfläche der idealen Kaskade ist, wie man aus Abb. 47 sieht, kleiner als die der diskontinuierlichen Staffel. Da die Trennleistung gleich ist, ist also deren Wirkungsgrad niedriger, was nichts anderes bedeutet als unser früheres Ergebnis, daß der Ausnutzungsgrad unserer Anlage kleiner als 1 ist, denn dieser ist ja bei gleicher Trennleistung gleich dem Verhältnis der Trennbasisflächen (abgesehen vom Energieverbrauch durch Strahlung).

Wir können nun einige Aussagen darüber machen, wie man eine auf Grund der Theorie in [4] berechnete ideale Kaskade durch eine Anlage aus mehreren Rohren mit konstantem Querschnitt ersetzen kann, wobei die Entnahme in beiden Fällen gleich und somit fest vorgegeben ist und das gleiche γ_{Nt} erreicht werden soll.

Dieser Ersatz darf offensichtlich nicht so vorgenommen werden, daß die Trennbasisfläche in beiden Fällen gleich ist, so daß die Summe der Flächenstücke zwischen den beiden Kurven $\Delta y(z)$ gleich null wäre, vielmehr muß die Fläche der Ersatzstaffel um einen Faktor größer gemacht werden, von dem man annimmt, daß er gleich dem Reziproken des erzielten ξ sein wird. Hat man nun diese Staffel gebaut, so ist noch nicht gesagt, daß sie bei dem gleichen

u wie die ideale Kaskade das verlangte γ_{Nt} liefert. Man muß vielmehr noch u solange variieren, bis dies der Fall ist (bei festem σ). Hat man dieses γ_{Nt} erreicht, so ist ihr Ausnutzungsgrad gleich dem gewählten Verhältnis der Trennbasisflächen. Ist die Stufenfunktion ungünstig gewählt worden, so daß z.B. die optimalen s der Rohre zu weit auseinanderliegen, oder wurde ξ als zu groß angenommen (dies ist z.B. dann der Fall, wenn man beide Trennbasisflächen gleich gemacht hätte, da ξ stets kleiner als 1 sein wird), dann kann das gewünschte ξ nicht erreicht werden, was sich darin auswirken muß, daß wir bei dieser Anlage bei dem gegebenen σ bei keinem u das verlangte γ_{Nt} erhalten. Umgekehrt ist es denkbar, daß wir bei einer anderen Anlage ein ξ erreichen könnten, das größer ist als das - dann zu ungünstig gewählte - Verhältnis der Trennbasisflächen, indem wir zu einem höheren γ_{Nt} übergehen.

Wir können leider im allgemeinen keine Formeln angeben, die es gestatten würden, ξ vorauszuberechnen (außer in dem oben erwähnten Spezialfall), aber wir können auf Grund der Ergebnisse unserer Messungen experimentell feststellen, daß bei einer Anlage wie der unsrigen (Staffelung im Verhältnis 1:2, Trennfaktoren pro Rohr von der Größenordnung 2-3) ξ von der Größenordnung 0,75 sein wird, so daß man also weiß, um wieviel man in Zukunft die Trennbasisfläche der Ersatzstaffel größer zu machen haben wird und wieviel man deshalb am Wirkungsgrad einbüßen wird. Da nämlich die Wärmestrahlung bei unserer Anlage nach Angaben in [7] eine Erhöhung des Energieverbrauchs um etwa 15% bewirkt, ist der eigentliche Ausnutzungsgrad, der nur auf den 2. Punkt von Seite 101 zurückzuführen und gleich dem Verhältnis der Trennbasisflächen ist, etwa 0,85.



E. Zusammenfassung

Im theoretischen Teil dieser Arbeit haben wir die Bedingungen für den maximalen Wirkungsgrad von Trennrohren abgeleitet, wozu wir zunächst die nötigen Formeln für Transport, Trennleistung u.a. bereitstellen mußten. Dabei haben wir gesehen, daß sich nur entweder bei der Näherung $\gamma(1-\gamma)=\text{const.}$ und für einzelne Rohre oder für eine kontinuierlich gestaffelte Anlage explizite Aussagen machen lassen - wir haben diese beiden wichtigen Spezialfälle dann noch besonders verglichen, wobei sich ergab, daß der Wirkungsgrad einer kurzen Staffel bei mittleren Konzentrationen 1,23 mal so groß ist wie der eines Rohres mit konstantem Querschnitt -, während wir in allen übrigen Fällen (Näherung $\gamma(1-\gamma)=\gamma$, Staffel aus längeren Rohren) nur Formeln angeben konnten, die numerisch ausgewertet werden müssen. Deswegen mußten wir die Theorie durch Experimente ergänzen, um in diesen Fällen wenigstens experimentell zeigen zu können, wie die Verhältnisse liegen.

Aus verschiedenartigen Messungen an einer vorhandenen Staffellapparatur errechneten wir zunächst deren parasitäre Korrekturfaktoren. Die verschiedenen Methoden lieferten recht gut übereinstimmende Werte. Wir erhielten als Bestwerte von P_T und P_K :

Rohr Nr.	1	2	3
P_T	1,04	1,02	0,97
P_K	1,48	1,48	1,41

P_K dürfte an sich etwas veränderlich sein.

Dann berechneten wir aus den Meßergebnissen die Wirkungsgrade der Rohre, wenn sie allein betrieben wurden. Diese sind bei unserer Näherung ($\gamma(1-\gamma)=\gamma$) proportional zur Ausgangskonzentration. Sie sind von der Größenordnung 10^{-7} , falls $\gamma_b = 0,01$ ist. Wir haben dann die theoretischen Formeln numerisch ausgewertet und mit den experi=

mentellen Ergebnissen verglichen. Dabei erhielten wir sehr gute Übereinstimmung bezüglich der optimalen Entnahme, etwas weniger gute für die Größe des maximalen Wirkungsgrades. Es zeigte sich, daß die parasitären Ströme den Wirkungsgrad in allen Fällen (bei beiden Näherungen, bei Einzelrohren und bei der idealen Staffel) um den Faktor $\frac{P_1^2}{P_K}$ verkleinern, während die Entnahmekenngröße (d.h. entweder die Entnahme selbst oder die Länge des Rohres) für den Optimalfall größer gemacht werden muß, aber nicht immer um denselben Faktor. Die Lage des optimalen Wirkungsgrades ist bei den beiden Näherungen ziemlich verschieden.

Bei der Auswertung unserer Messungen mit der ganzen Staffel mußten wir bedenken, daß bei uns andere Verhältnisse vorlagen als bei der theoretischen Behandlung (Anlage fest - Konzentrationen fest), so daß die Suche nach dem maximalen Wirkungsgrad bei uns nicht zu den Cohen'schen Bedingungen geführt hätte. Es war deshalb zur sinnvollen Auswertung notwendig, statt der Wirkungsgrade selbst den sogenannten Ausnutzungsgrad ξ einzuführen und zu berechnen, der durch das Verhältnis des Wirkungsgrades der festen Anlage zu dem der jeweils zugehörigen idealen Kaskade (mit derselben Trennwirkung) gegeben ist. Mit Hilfe dieses Begriffes konnten wir zeigen, warum unsere Apparatur ihren maximalen Wirkungsgrad nicht bei $u = 20$ erreicht.

Der experimentelle Ausnutzungsgrad war nicht ganz konstant, was wir darauf zurückführen, daß die Konzentrationen zu groß wurden, obwohl wir uns auf Messungen bei $u > 10$ beschränkt hatten. Als Mittelwert erhielten wir: $\xi = 0,75$.

Die Genauigkeit dieses Wertes dürfte etwa $\pm 10\%$ sein. Daß $\xi < 1$ ist, konnte sehr leicht auf mehrere Gründe zurückgeführt werden und steht im Einklang mit unseren Erwartungen.

Aus diesem Ergebnis und aus einem Vergleich unserer Breitenfunktion mit der einer idealen Kaskade konnten wir schließlich einige Folgerungen ziehen darüber, wie der Ersatz der idealen Kaskade durch eine Staffel durchzuführen ist und wie weit der Wirkungsgrad der Anlage dadurch betroffen wird.

Abschließend können wir sagen, daß erst durch die Einführung der parasitären Korrekturfaktoren die fast quantitative Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment und die von uns gezogenen Folgerungen möglich wurden. Die Verschlechterung des Wirkungsgrades einer Anlage gegenüber dem ursprünglich erwarteten Wert setzt sich aus folgenden Beiträgen zusammen:

1. Das ϵ der idealen Kaskade wird durch die parasitären Ströme um $\frac{P_1^2}{P_K}$ (bei unserer Anlage etwa 0,70) verkleinert. Ebenso wirken sich die Radialkorrekturen aus.
2. Der Ausnutzungsgrad der wirklichen Anlage ist nur etwa 0,75.

Insgesamt wird also der Wirkungsgrad auf etwa die Hälfte verkleinert.

F. Liste der Symbole und Abkürzungen

Allgemeine Symbole

t Zeit

g Erdbeschleunigung

Apparative Größen

z Längskoordinate

Δz Rohrlänge

Δx Breite des Trennspaltes

Δy Umfang des Trennspaltes

q Querschnitt des Trennspaltes mit $q = \Delta x \cdot \Delta y$

V Volumen des Rohres mit $V = q \cdot \Delta z$

T mittlere Temperatur im Trennspalt

ΔT Temperaturdifferenz im Trennspalt

p Druck im Trennraum

σ Entnahme

φ radialer Korrekturfaktor des Anfangstransportes

ψ, χ radiale Korrekturfaktoren beim Rücktransport

ω radialer Korrekturfaktor des Energieverbrauchs

P_τ parasitärer Korrekturfaktor des Anfangstransportes

P_K parasitärer Korrekturfaktor beim Rücktransport

γ Konzentration der einen Komponente

γ_{kb} γ am vorratsbehälterseitigen Ende des k-ten Rohres

γ_{kt} γ am entnahmeseitigen Ende des k-ten Rohres

hierbei ist stets $\gamma_{k-1,t} = \gamma_{kb}$

Der Index $k = 1, \dots, N$ bedeutet die Nummer des Rohres. Die Zählung beginnt beim Vorratsbehälter. N ist die Gesamtzahl der Rohre.

Konstanten des verwendeten Gases

(falls temperaturabhängig, bei der Temperatur T)

α Thermodiffusionskonstante

λ Wärmeleitfähigkeit

η Zähigkeit

ρ Dichte

D Diffusionskonstante

f Konstante aus der Beziehung: $D = f \cdot \frac{\eta}{\rho}$

R allgemeine Gaskonstante

M Molekulargewicht

In der Arbeit abgeleitete bzw. definierte Größen

u Kenngröße der Umlaufströmung

s Kenngröße der Entnahme

τ_A Anfangstransport mit $\tau_A = \tau_A^* (1 - \gamma)$

K Koeffizient des Rücktransportes

τ Transport

Γ Trennfaktor

E Energieverbrauch

L Trennleistung

ϵ Wirkungsgrad

ζ Ausnutzungsgrad

Abkürzungen

$$A = \frac{\tau_A^* + \sigma}{K} \Delta z$$

$$B = \frac{s}{0,7u^2 \psi P_K + \chi} = \frac{\sigma \Delta z}{K}$$

$$C = \frac{\tau_A^* \cdot \Delta z}{\rho q D}$$

$$\Delta \gamma = \gamma_t - \gamma_b$$

$$N = \ln \Gamma$$

$$\Delta = \gamma_t - 0,5$$

$$L^* = \frac{L / \gamma_b}{\frac{RT}{M} \cdot \frac{\rho c D}{\Delta z}}$$

G. Literaturverzeichnis

- [1] K. Clusius u. G. Dickel, Z.physik.Chem. B44, 397
(1939)
- [2] L. Onsager, Phys.Rev. 55, 1136 (1939)
- [3] K. Cohen, The Theory of Isotope Separation,
McGraw Hill, New York 1951
- [4] G. Dickel u. D. Schildknecht, Z.Naturforschg. 18a,
105 (1963)
- [5] G. Dickel, Z.physik.Chem. 197, 197 (1951)
- [6] G. Dickel, Z.Naturforschg. 16a, 755 (1961)
- [7] E. Trötsch, Diplomarbeit Uni. München 1961
- [8] G. Dickel, Separation of Gases and Liquids by Ther=
mal Diffusion, in:
W.G. Berl, Physical Methods in Chemical Analysis IV,
Academic Press, New York 1961
- [9] G. Dickel u. A. Bürkholz, Z.Naturforschg. 16a, 760
(1961)
- [10] K.F. Alexander, Fortschr. Phys. 8, 1 (1960)
- [11] W. Weiß, Dissertation Uni. München 1955
- [12] A. Bürkholz, Dissertation Uni. München 1960
- [13] D. Schildknecht, Diplomarbeit Uni. München 1960
- [14] G. Dickel, K.H. Busen u. W. Steiner, Z.physik.Chem.,
17, 1 (1958)
- [15] L. Waldmann, Z.Naturforschg. 4a, 105 (1949)
- [16] G. Dickel, im Druck

Lebenslauf

Am 12. Juni 1936 wurde ich, Ernst Trötsch, in München als Sohn des Oberregierungsrates Dr. Georg Trötsch und seiner Ehefrau Hildegard, geb. Vogelhuber, geboren. Nach 4 Volksschuljahren besuchte ich von 1946 bis zu meinem Abitur im Jahre 1954 die humanistische Abteilung des Wittelsbacher Gymnasiums in München. 1954 begann ich das Studium der Physik an der Universität München, wo ich 1957 die Diplom - Vorprüfung und 1961 die Diplom - Hauptprüfung ablegte. 1954 - 1961 gehörte ich der Stiftung "Maximilianeum" in München an, was ein Studienjahr im Ausland (an der Universität Salamanca in Spanien, 1957 - 1958) mit sich brachte. In den letzten Jahren war ich mit der Anfertigung der vorliegenden Dissertation beschäftigt, deren Vorbereitung meine 1959 im Physikalisch - chemischen Institut der Universität München begonnene Diplomarbeit bildete.



